

145 1. $\ln(e^x+1) - x$

$$= \ln(e^x+1) - \ln(e^x)$$

$$= \ln\left(\frac{e^x+1}{e^x}\right)$$

$$= \ln\left(\frac{e^x}{e^x} + \frac{1}{e^x}\right)$$

$$= \ln(1 + e^{-x}).$$

2. Pour tout réel x , on a $e^{-x} > 0$, ce qui équivaut à $1 + e^{-x} > 1$, donc à $\ln(1 + e^{-x}) > \ln(1)$ soit à $\ln(1 + e^{-x}) > 0$.

Ainsi, $f(x)$ est strictement positif sur \mathbb{R} .