147 **1.** $\ln(x^2 - 2x)$ existe si, et seulement si, $x^2 - 2x = x(x - 2) > 0$.
$x^2 - 2x$ est un polynôme du second degré dont les racines sont 0 et 2 et dont le coefficient de x^2 est positif.

Ainsi, $x^2 - 2x > 0$ pour x appartenant à $]-\infty\ ;\ 0[\cup]2\ ;\ +\infty[$.
Alors, pour x de $]-\infty\ ;\ 0[\cup]2\ ;\ +\infty[$, $\ln(x^2 - 2x) \leq \ln(8)$ équivaut à $x^2 - 2x \leq 8$ soit à $x^2 - 2x - 8 \leq 0$.

On calcule le discriminant de ce polynôme du second degré :
$\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (-8) = 36$.
Ce polynôme a donc deux racines :
$x_1 = \frac{2-\sqrt{36}}{2\times 1} = \frac{2-6}{2} = -2$ et $x_2 = \frac{2+\sqrt{36}}{2\times 1} = \frac{2+6}{2} = 4$.
Le coefficient de x^2 du polynôme $x^2 - 2x - 8$ est positif donc l'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation $x^2 - 2x - 8 \leq 0$ est $[-2\ ;\ 4]$.

Comme $(\ ]-\infty\ ;\ 0[\cup]2\ ;\ +\infty[\ ) \cap [-2\ ;\ 4] = [-2\ ;\ 0[\ \cup\ ]2\ ;\ 4]$,

l'ensemble solution de l'inéquation est $[-2\ ;\ 0[\ \cup\ ]2\ ;\ 4]$.

2. Pour tout réel x, $2e^{3x} - 5 \geq 0$ équivaut à $e^{3x} \geq \frac{5}{2}$ soit à $3x \geq \ln\left(\frac{5}{2}\right)$

donc à $x \geq \frac{1}{3}\ln\left(\frac{5}{2}\right)$.

L'ensemble solution de l'inéquation est $\left[\frac{1}{3}\ln\left(\frac{5}{2}\right) ; +\infty\right[$.

3. $\ln(x)$ existe si et seulement si $x > 0$. Alors, pour x de $]0\ ;\ +\infty[$, on a :

$3\ln(x) - 2 \geq 0$ équivaut à $\ln(x) \geq \frac{2}{3}$ soit à $x \geq e^{\frac{2}{3}}$.

$5 - \ln(x) \geq 0$ équivaut à $\ln(x) \leq 5$ soit à $x \leq e^5$.

Dressons le tableau de signe de $(3\ln(x) - 2)(5 - \ln(x))$.

Valeurs de x	0		$e^{\frac{2}{3}}$		e^5		$+\infty$
Signe de $3\ln(x) - 2$		$-$	0	$+$		$+$	
Signe de $5 - \ln(x)$		$+$		$+$	0	$-$	
Signe de de $(3\ln(x) - 2)(5 - \ln(x))$		$-$	0	$+$	0	$-$	

L'ensemble solution de l'inéquation $(3\ln(x) - 2)(5 - \ln(x)) < 0$ est :

$\left]0; e^{\frac{2}{3}}\right[\cup\ ]e^5; +\infty[$.