

148 1. $\ln(x-1)$ et $\ln(x-3)$ existent si, et seulement si, $x-1 > 0$ et $x-3 > 0$, ce qui équivaut à $x > 1$ et $x > 3$ donc à $x > 3$.

Pour x de $]3; +\infty[$, l'équation équivaut à $\ln((x-1)(x-3)) = \ln(35)$
soit à $\ln(x^2 - 4x + 3) = \ln(35)$ donc à $x^2 - 4x + 3 = 35$,
ce qui équivaut à $x^2 - 4x - 32 = 0$.

On résout l'équation du second degré : $x^2 - 4x - 32 = 0$.

Cette équation a pour discriminant $\Delta = (-4)^2 - 4 \times 1 \times (-32) = 144$.

L'équation $x^2 - 4x - 32 = 0$ a donc deux solutions dans \mathbb{R} :

$$\frac{4 - \sqrt{144}}{2} = \frac{4 - 12}{2} = -4 \text{ et } \frac{4 + \sqrt{144}}{2} = \frac{4 + 12}{2} = 8.$$

Comme le réel -4 n'appartient pas à $]3; +\infty[$ et 8 appartient à $]3; +\infty[$, l'équation $\ln(x-1) + \ln(x-3) = \ln(35)$ a pour unique solution 8 .

2. Comme $x^2 + 5$ toujours positif, $\ln(x^2 + 5)$ existe pour tout réel x .

$\ln(x-3)$ et $\ln(x+1)$ existent si, et seulement si, $x-3 > 0$ et $x+1 > 0$, ce qui équivaut à $x > 3$ et $x > -1$ donc à $x > 3$.

Pour x de $]3; +\infty[$, l'équation équivaut à $\ln((x-3)(x+1)) = \ln(x^2 + 5)$
soit à $\ln(x^2 - 2x - 3) = \ln(x^2 + 5)$ donc à $x^2 - 2x - 3 = x^2 + 5$,
ce qui équivaut à $-2x = 8$ soit à $x = -4$.

Comme le réel -4 n'appartient pas à $]3; +\infty[$, l'équation n'a pas de solution.