149 **1.** ln $(2x)$ existe si et seulement si $x > 0$.
ln $(x^2 - 3x)$ existe si et seulement si $x^2 - 3x = x(x - 3) > 0$
$x^2 - 3x$ est un polynôme du second degré dont les racines sont 0 et 3 et dont le coefficient de x^2 est positif.

Ainsi, $x^2 - 3x > 0$ pour x appartenant à $]-\infty\ ;\ 0[\cup]3\ ;\ +\infty[$.

Finalement, ln $(2x)$ et ln $(x^2 - 3x)$ existent si, et seulement si, x appartient à $(]-\infty\ ;\ 0[\cup]3\ ;\ +\infty[)\cap]0\ ;\ +\infty[$ soit à $]3\ ;\ +\infty[$.
Alors, pour x de $]3\ ;\ +\infty[$, l'équation équivaut à $\ln((2x)^2) \leq \ln(x^2 - 3x)$
soit à $(2x)^2 \leq x^2 - 3x$ donc à $4x^2 \leq x^2 - 3x$ ou encore à $3x^2 + 3x \leq 0$ que l'on peut aussi écrire $3x(x + 1) \leq 0$.

$3x^2 + 3x$ est un polynôme du second degré dont les racines sont 0 et -1 et dont le coefficient de x^2 est positif, ainsi, $3x^2 + 3x \leq 0$ pour x appartenant à $[-1\ ;\ 0]$.
Comme $]3\ ;\ +\infty[\ \cap\ [-1\ ;\ 0] = \varnothing$, l'inéquation n'a pas de solution.

2. ln $(2x + 1)$ et ln $(4 - x)$ existent si et seulement si $2x + 1 > 0$ et $4 - x > 0$ ce qui équivaut à $x > -\frac{1}{2}$ et $x < 4$ donc à $-\frac{1}{2} < x < 4$.
Alors, pour x de $\left]-\frac{1}{2}; 4\right[$, l'inéquation équivaut à $\ln((2x + 1)(4 - x)) < \ln(7)$
soit à $(2x + 1)(4 - x) < 7$ donc à $-2x^2 + 7x + 4 < 7$ ou encore à $-2x^2 + 7x - 3 < 0$.
On détermine les éventuelles racines du polynôme du second degré :
$-2x^2 + 7x - 3$.

Ce polynôme a pour discriminant $\Delta = 7^2 - 4 \times (-2) \times (-3) = 25$.
Ce polynôme a donc deux racines :
$\frac{-7-\sqrt{25}}{2 \times (-2)} = \frac{-7-5}{-4} = 3$ et $\frac{-7+\sqrt{25}}{2 \times (-2)} = \frac{-7+5}{-4} = \frac{1}{2}$.

Comme le coefficient de x^2 du polynôme $-2x^2 + 7x - 3$ est négatif ce polynôme est strictement négatif à l'extérieur de l'intervalle de ses racines soit dans l'intervalle $\left]-\infty; \frac{1}{2}\right[\cup]3; +\infty[$.

Comme $\left(\left]-\infty; \frac{1}{2}\right[\cup]3; +\infty[\right) \cap \left(\left]-\frac{1}{2}; 4\right[\right) = \left]-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right[\cup]3; 4[$, l'ensemble solution de l'inéquation est $\left]-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right[\cup]3; 4[$.