158 **1.** • $\lim\limits_{\substack{x \to -2 \\ x < -2}} (x - 5) = -7$ et $\lim\limits_{\substack{x \to -2 \\ x < -2}} (x + 2) = 0^-$. Ainsi $\lim\limits_{\substack{x \to -2 \\ x < -2}} \left(\frac{x - 5}{x + 2}\right) = +\infty$.

De plus, $\lim\limits_{X \to +\infty} \ln(X) = +\infty$.

En utilisant la limite d'une fonction composée, on en déduit :

$\lim\limits_{\substack{x \to -2 \\ x < -2}} \ln\left(\frac{x - 5}{x + 2}\right) = +\infty$.

• La droite d'équation $x = -2$ est asymptote verticale la courbe représentative de f.

• $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x - 5}{x + 2} = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1 - \frac{5}{x}}{1 + \frac{2}{x}} = 1$. De plus, $\lim\limits_{X \to 1} \ln(X) = \ln(1) = 0$.

En utilisant la limite d'une fonction composée, on en déduit :

$\lim\limits_{x \to +\infty} \ln\left(\frac{x - 5}{x + 2}\right) = 0$.

• La droite d'équation $y = 0$ est asymptote horizontale la courbe représentative de f.

2. f est de la forme $\ln(u)$ avec $u(x) = \frac{x - 5}{x + 2}$.

La fonction u est dérivable et pour tout réel x de $]0; +\infty[$:

$u'(x) = \frac{1 \times (x + 2) - (x - 5) \times 1}{(x + 2)^2} = \frac{7}{(x + 2)^2}$.

Ainsi, $f'(x) = \frac{\frac{7}{(x+2)^2}}{\frac{x-5}{x+2}} = \frac{7}{(x + 2)^2} \times \frac{x + 2}{x - 5} = \frac{7}{(x + 2)(x - 5)}$.

Pour x de $]-\infty ; -2[$, $(x + 2) < 0$ et $(x - 5) < 0$ donc $\frac{7}{(x+2)(x-5)} > 0$ soit $f'(x) > 0$.

Ainsi, f est croissante sur $]-\infty ; -2[$.