

125 Déterminer la position relative de \mathcal{C} et d'axe des abscisses revient à étudier le signe de $f(x)$.

$$f(x) = 2 \cos^2(x) + \cos(x) = \cos(x) (2 \cos(x) + 1).$$

On étudie le signe de chaque facteur sur l'intervalle $[-\pi ; \pi]$:

- $\cos(x) \geq 0$ équivaut à $(x) \in [0 ; \frac{\pi}{2}]$;
- $2 \cos(x) + 1 \leq 0$ équivaut à $\cos(x) \leq -\frac{1}{2}$, ce qui équivaut à $(x) \in [\frac{2\pi}{3} ; \pi]$.

On dresse le tableau de signes de $f(x)$ sur $[-\pi ; \pi]$:

x	0	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	π	
cos(x)	+	0	-	-	
2 cos(x) + 1	+	+	0	-	
f(x)	+	0	-	0	+

La courbe \mathcal{C} est donc au-dessus de l'axe des abscisses pour x appartenant à $[0 ; \frac{\pi}{2}[\cup]\frac{2\pi}{3} ; \pi]$ et au-dessous pour x appartenant à $]\frac{\pi}{2} ; \frac{2\pi}{3}[$.

\mathcal{C} coupe l'axe des abscisses en $\frac{\pi}{2}$ et en $\frac{2\pi}{3}$.