127 **1. a.**

$f'(x) = 1 + (-\sin(x) \times \sin(x) + \cos(x) \times \cos(x)) - 4\cos(x)$

$= 1 - \sin^2(x) + \cos^2(x) - 4\cos(x)$

$= \cos^2(x) + \cos^2(x) - 4\cos(x)$

$= 2\cos^2(x) - 4\cos(x)$

$= 2\cos(x)(\cos(x) - 2)$

Donc $f'(x) \leq 0$ pour $x \in [0 ; \frac{\pi}{2}] \cup [\frac{3\pi}{2} ; 2\pi]$ et $f'(x) \geq 0$ pour $x \in [\frac{\pi}{2} ; \frac{3\pi}{2}]$.

b. Puisque, pour tout réel x de $[0 ; 2\pi]$, on a $\cos(x) \leq 1$, alors $\cos(x) - 2 \leq -1 < 0$.
Donc le signe de $f'(x)$ est le signe opposé de celui de $\cos(x)$.
Donc $f'(x)$ est négatif ou nul sur $[0 ; \frac{\pi}{2}]$, positif ou nul sur $[\frac{\pi}{2} ; \frac{3\pi}{2}]$
et négatif ou nul sur $[\frac{3\pi}{2} ; 2\pi]$.
Par conséquent, f est décroissante sur $[0 ; \frac{\pi}{2}]$, croissante sur $[\frac{\pi}{2} ; \frac{3\pi}{2}]$ et
décroissante sur $[\frac{3\pi}{2} ; 2\pi]$.

2. a. $f''(x) = -2\sin(x) \times (\cos(x) - 2) + 2\cos(x) \times (-\sin(x))$

$= -2\sin(x) \times [(\cos(x) - 2) + \cos(x)]$

$= -2\sin(x) \times [2\cos(x) - 2]$

$= -4\sin(x)(\cos(x) - 1)$.

b. Puisque, pour tout réel x de $[0 ; 2\pi]$, on a $\cos(x) \leq 1$, alors $\cos(x) - 1 \leq 0$.
Donc le signe de $f''(x)$ est celui de $-4\sin(x)$, c'est-à-dire le signe opposé de celui de $\sin(x)$.
$f''(x)$ est donc positif ou nul sur $[0 ; \pi]$ et négatif ou nul sur $[\pi ; 2\pi]$.
Donc f est convexe sur $[0 ; \pi]$ et concave sur $[\pi ; 2\pi]$.
Puisque f'' s'annule en π en changeant de signe, la courbe représentative de f admet un point d'inflexion en son point d'abscisse π, soit au point de coordonnées $(\pi ; \pi)$.