128 **1.** Pour tout réel x, on a :

$f(-x) = (\cos(-x))^2 + \cos(-x) = (\cos(x))^2 + \cos(x) = \cos^2(x) + \cos(x)$

soit $f(-x) = f(x)$: f est paire.

2. Pour tout réel (x), on a :

$f(x + 2\pi) = (\cos(x + 2\pi))^2 + \cos(x + 2\pi) = (\cos(x))^2 + \cos(x) = f(x)$

f est périodique de période 2π.

3. $f'(x) = 2 \times (\cos(x))' \times \cos(x) - \sin(x)$

$= 2 \times (-\sin(x)) \times \cos(x) - \sin(x)$

$= -\sin(x)(2\cos(x) + 1)$.

4. a. Pour tout $x \in [0 ; \pi]$, on a $\sin(x) \geq 0$.

Donc le signe de $f'(x)$ est celui de $-2\cos(x) - 1$.

De plus, $-2\cos(x) - 1 \geq 0$ équivaut à $\cos(x) \leq -0{,}5$ ce qui équivaut à $x \in [\frac{2\pi}{3} ; \pi]$.

Donc $f'(x)$ est positif ou nul sur $[\frac{2\pi}{3} ; \pi]$ et négatif ou nul sur $[0 ; \frac{2\pi}{3}]$.

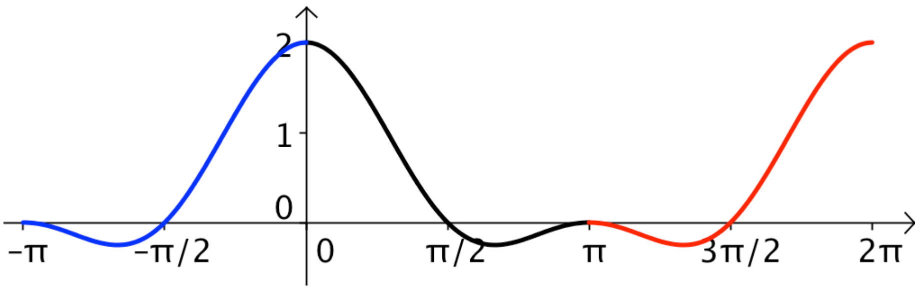
b. Donc f est croissante sur $[\frac{2\pi}{3} ; \pi]$ et décroissante sur $[0 ; \frac{2\pi}{3}]$.

De plus $f(0) = 2$, $f(\frac{2\pi}{3}) = -0{,}25$ et $f(\pi) = 0$.

D'où le tableau de variation de f :

x	0	$\frac{2\pi}{3}$	π
$f(x)$	2 ↘	$-0{,}25$	↗ 0

5. a. et **b.**



On obtient le tracé (en bleu) de la représentation graphique de f sur $[-\pi ; 0]$ à partir de la représentation graphique de f sur $[0 ; \pi]$ par la symétrie par rapport à l'axe des ordonnées, puis le tracé (en rouge) de cette représentation graphique sur $[\pi ; 2\pi]$ par la translation de vecteur $2\pi\,\vec{\imath}$ de la portion de courbe colorée en bleu.