129 **1.** Le dénominateur du quotient ne s'annulant jamais, f est définie sur $\mathbb{R}$.

2. a. Pour tout réel x, $f(-x) = \frac{3\sin(-x)}{\cos(-x)-2} = \frac{-3\sin(x)}{\cos(x)-2} = -\frac{3\sin(x)}{\cos(x)-2} = -f(x)$
donc f est impaire.

b. Pour tout réel x, $f(x+2\pi) = \frac{3\sin(x+2\pi)}{\cos(x+2\pi)-2} = \frac{3\sin(x)}{\cos(x)-2} = f(x)$
donc f est périodique de période 2π.

c. D'après la question **a**, la courbe représentative de f est symétrique par rapport à l'origine et, d'après la question **b**, elle est invariante par translation de vecteur $2k\pi\vec{\imath}$, avec k entier relatif.

d. Puisque f est périodique de période 2π, on restreint l'intervalle d'étude à $[-\pi ; \pi]$.
De plus, puisque f est impaire, on restreint encore l'intervalle d'étude à $[0 ; \pi]$.

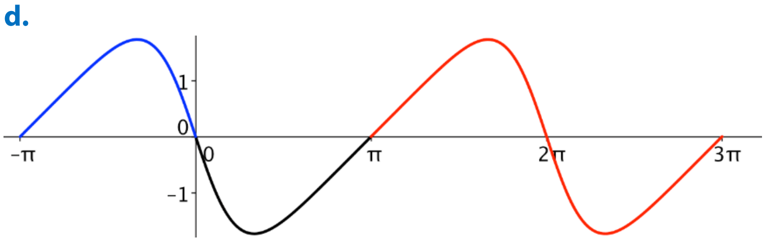
3. a.
$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{3\cos(x)\times(\cos(x)-2)-3\sin(x)\times(-\sin(x))}{(\cos x-2)^2} \\ &= \frac{3(\cos(x))^2-6\cos(x)+3(\sin(x))^2}{(\cos x-2)^2} \\ &= \frac{3[(\cos(x))^2+(\sin(x))^2]-6\cos(x)}{(\cos x-2)^2} \\ &= \frac{3\times1-6\cos x}{(\cos x-2)^2} \\ &= \frac{3-6\cos x}{(\cos x-2)^2}. \end{aligned}$$

b. Le dénominateur étant strictement positif, le signe de $f'(x)$ est celui de $3-6\cos(x)$.
$3-6\cos(x)\geq 0$ équivaut à $\cos(x)\leq\frac{1}{2}$, ce qui équivaut à $x\in[\frac{\pi}{3} ; \pi]$.
Donc $f'(x)\geq 0$ sur $[\frac{\pi}{3} ; \pi]$ et $f'(x)\leq 0$ sur $[0 ; \frac{\pi}{3}]$.

c. Donc f est croissante sur $[\frac{\pi}{3} ; \pi]$ et f est décroissante sur $[0 ; \frac{\pi}{3}]$.
De plus, $f(0)=0$, $f(\frac{\pi}{3}) = -\sqrt{3}$ et $f(\pi)=0$.
D'où le tableau de variation de f :

x	0	$\frac{\pi}{3}$	π
$f(x)$	0 ↘	$-\sqrt{3}$	↗ 0

d.



On obtient le tracé (en bleu) de la représentation graphique de f sur $[-\pi ; 0]$ par la symétrie par rapport à l'origine du tracé (en noir) de la représentation graphique de f sur $[0 ; \pi]$, puis le tracé (en rouge) de la représentation graphique de f sur $[\pi ; 2\pi]$ par la translation de vecteur $2\pi\,\vec{\imath}$ de la réunion des portions de courbe colorées en bleu et noir.