

143 1. L'équation $y' + 2y = 3$ s'écrit aussi $y' = -2y + 3$.

Elle est de la forme $y' = ay + b$, avec $a = -2$ et $b = 3$.

L'ensemble des solutions de cette équation **(E)** est l'ensemble des fonctions de la forme $x \mapsto f(x) + p(x)$, où f est une solution de l'équation $y' = ay$ et p la solution particulière constante de **(E)**.

- On cherche d'abord la solution particulière constante de l'équation **(E)** sous la forme $p(x) = k$, où k est un réel.

$p'(x) = 0$, donc en remplaçant dans **(E)**, on obtient $0 = -2p(x) + 3$, soit $0 = -2k + 3$, soit $k = \frac{3}{2}$.

La solution particulière constante a pour expression : $p(x) = \frac{3}{2}$ pour tout réel x .

- On résout ensuite l'équation $y' = -2y$.

Cette équation a pour solutions les fonctions de la forme $x \mapsto Ce^{-2x}$, où C est un réel.

On en déduit l'expression des fonctions solutions de l'équation différentielle donnée :

$x \mapsto Ce^{-2x} + \frac{3}{2}$, où C est un réel quelconque.

2. Soit f une solution de cette équation vérifiant $f'(0) = 2$.

Puisque $f'(x) = -2Ce^{-2x} + \frac{3}{2}$, alors $f'(x) = -2Ce^{-2x}$, et $f'(0) = -2C$.

On en déduit : $-2C = 2$, soit $C = -1$.

La solution de cette équation telle que $f'(0) = 2$ est la fonction $f : x \mapsto 2e^{-2x} + \frac{3}{2}$.