

148 1. Soit u une fonction affine solution de l'équation **(E)**, telle que $u(x) = ax + b$, avec a et b des réels. On a : $u'(x) = a$.

Alors, u est une solution de **(E)** si et seulement si, pour tout réel x , $u'(x) + 2u(x) = 4x - 3$.

Ceci équivaut à $a + 2(ax + b) = 4x - 3$, soit $2ax + a + 2b = 4x - 3$ pour tout réel x .

Cette égalité est vérifiée pour tout réel x dès que $2a = 4$ et $a + 2b = -3$.

D'où : $a = 2$ et $2 + 2b = -3$, soit $a = 2$ et $b = -\frac{5}{2}$.

L'équation **(E)** admet la fonction affine $x \mapsto 2x - \frac{5}{2}$ comme solution.

2. L'ensemble des solutions de **(E)** est l'ensemble des fonctions de la forme $x \mapsto f(x) + p(x)$, où f est une solution de l'équation $y' = -2y$ et p une solution particulière de **(E)**.

Les fonctions solutions de l'équation $y' = -2y$ sont de la forme $x \mapsto Ce^{ax}$, où C est une constante réelle, c'est-à-dire ici $x \mapsto Ce^{-2x}$.

Les fonctions solutions de **(E)** sont donc les fonctions de la forme $x \mapsto Ce^{-2x} + 2x - \frac{5}{2}$, où C est une constante réelle.

3. La solution de **(E)** telle que sa courbe représentative passe par le point de coordonnées $(1 ; 0)$ vérifie $f(1) = 0$.

$f(1) = Ce^{-2} - \frac{1}{2}$, donc $f(1) = 0$ équivaut à $Ce^{-2} - \frac{1}{2} = 0$, soit $Ce^{-2} = \frac{1}{2}$, soit $C = \frac{1}{2}e^2$.

Ainsi, la solution cherchée a pour expression : $f(x) = \frac{1}{2}e^2e^{-2x} + 2x - \frac{5}{2} = \frac{1}{2}e^{2-2x} + 2x - \frac{5}{2}$.