149 **1.** La fonction g est une solution de **(E)** si et seulement si, pour tout réel x,
$g'(x) - 2g(x) = e^{2x}$.
$g = u \times v$, avec $u(x) = ax$ et $v(x) = e^{2x}$, d'où $g' = uv' + u'v$.
Puisque $u'(x) = a$ et $v'(x) = 2e^{2x}$, on obtient : $g'(x) = ax \times 2e^{2x} + ae^{2x} = (2ax + a)e^{2x}$.
Ainsi, $g'(x) - 2g(x) = (2ax + a)e^{2x} - 2axe^{2x} = 2axe^{2x} + ae^{2x} - 2axe^{2x} = ae^{2x}$.
Donc g est solution de **(E)** si et seulement si, pour tout réel x, $ae^{2x} = e^{2x}$, soit $a = 1$.

2. L'ensemble des solutions de **(E)** est l'ensemble des fonctions de la forme $x \longmapsto f(x) + p(x)$, où f est une solution de l'équation $y' + 2y = 0$ et p une solution particulière de **(E)**.
Les fonctions solutions de l'équation $y' = -2y$ sont de la forme $x \mapsto Ce^{ax}$, où C est une constante réelle, c'est-à-dire ici $x \mapsto Ce^{-2x}$.
On en déduit la solution générale de l'équation **(E)** : $y = Ce^{-2x} + xe^{2x}$, où $C \in \mathbb{R}$.