84 **1.** D’après l’énoncé, $f(x) = -x^3 + 9x^2 - 27x + 29$.

a. L’expression de sa dérivée est :

$$\begin{aligned} f'(x) &= -3x^2 + 18x - 27 \\ &= -3(x^2 - 6x + 9) \\ &= -3(x-3)^2 \end{aligned}$$

b. Puisque -3 est négatif et $(x-3)^2$ est positif ou nul pour tout réel x de l’intervalle [2 ; 5], alors $f'(x)$ est négative ou nulle sur l’intervalle [2 ; 5]. On en déduit le tableau ci-dessous :

x	2		3		5
$f'(x)$		$-$	0	$-$	
$f(x)$	3	$\searrow$			-6

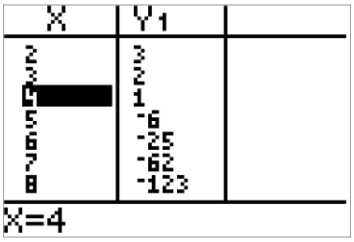
2. Sur l’intervalle [2 ; 5], le tableau de variation indique que la fonction f est continue et strictement décroissante.

De plus, $f(2) = 3$ et $f(5) = -6$ donc 0 est compris entre $f(5)$ et $f(2)$.

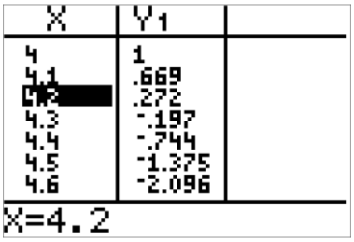
D’après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, l’équation $f(x) = 0$ admet une unique solution notée α sur l’intervalle [2 ; 5].

3. Pour déterminer une valeur approchée à 10^{-2} près de la solution α de l’équation $f(x) = 0$ sur l’intervalle [2 ; 5] :

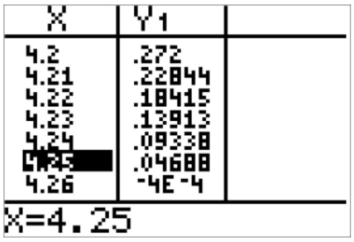
a. On commence le balayage à $x = 2$ avec un pas de 1.



b. On forme ensuite un tableau de valeurs de $f(x)$ sur [**4** ; 5] avec un pas de 0,1.



c. On recommence à partir de $x =$ **4,2** avec un pas de 0,01.



À l’aide de la calculatrice, on a $4{,}25 < \alpha < 4{,}26$ donc $\alpha \approx 4{,}26$ à 10^{-2} près.

4. Sur l’intervalle [2 ; 5], $f(\alpha) = 0$. Puisque f est strictement décroissante sur [2 ; 5], $f(x) > 0$ sur l’intervalle [2 ; α[et $f(x) < 0$ sur l’intervalle]α ; 5].

On en déduit le tableau de signes suivant :

x	2		α		5
$f(x)$		+	0	$-$	