106 **1.** On estime à 20 % la proportion d'abeilles qui décèdent chaque jour, donc le nombre d'abeilles diminue chaque jour selon un coefficient multiplicateur égal à $1 - \frac{20}{100}$, soit 0,8.
Comme u_n est le nombre d'abeilles au bout de n jours, il en reste $0,8 \times u_n$ au bout de $(n + 1)$ jours, nombre auquel on doit ajouter l'excédent des naissances sur les décès : 500.
Le nombre d'abeilles au bout de $(n + 1)$ jours est donc : $u_{n+1} = 0,8u_n + 500$.
2. ● On cherche d'abord la solution particulière constante (c_n) qui vérifie la relation de récurrence $u_{n+1} = 0,8u_n + 500$.
Celle-ci est telle que, pour tout entier naturel n, $c_{n+1} = 0,8c_n + 500$.
Puisque (c_n) est constante, on a, pour tout entier naturel n, $c_n = c$, où c est un réel, et $c_{n+1} = c$.
Ainsi, $c = 0,8c + 500$, ce qui équivaut à $0,2c = 500$, soit $c = 2\,500$.
On en déduit : $c_n = 2\,500$ pour tout entier naturel n.

n	u
6	14952
7	12461
8	10469
9	8875.3
10	7600.3
11	6580.2
12	5764.2
13	5111.3
14	4589.1
15	4171.3
16	3837

● Soit la suite (v_n) telle que $v_n = u_n - c_n = u_n - 2\,500$.
$v_{n+1} = u_{n+1} - 2\,500 = (0,8u_n + 500) - 2\,500 = 0,8u_n - 2\,000 = 0,8(u_n - 2\,500) = 0,8v_n$.
Puisque $v_{n+1} = 0,8v_n$, (v_n) est une suite géométrique de raison 0,8.
$v_0 = u_0 - 2\,500 = 50\,000 - 2\,500 = 47\,500$.
D'où : $v_n = v_0 \times 0,8^n = 47\,500 \times 0,8^n$.
Puisque $v_n = u_n - 2\,500$, on a $u_n = v_n + 2\,500$,
soit $u_n = 47\,500 \times 0,8^n + 2\,500$.
3. On construit un tableau des valeurs prises par la suite (u_n).
On observe que $u_{14} < 5\,000$.
La colonie ne va donc pas survivre.