Chapitre 2
Fonctions : limites et dérivation

Revoir des points essentiels

99 **1.** $\lim\limits_{\substack{x \to 3 \\ x>3}} 2 = 2$ et $\lim\limits_{\substack{x \to 3 \\ x>3}} (3 - x) = 0^-$ car si $x > 3$, alors $3 - x < 0$.

Donc par quotient, $\lim\limits_{\substack{x \to 3 \\ x>3}} \frac{2}{3-x} = -\infty$.

2. $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ x<2}} (x - 3) = -1$ et $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ x<2}} (2 - x) = 0^+$ car si $x < 2$, alors $2 - x > 0$.

Donc par quotient, $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ x<2}} \frac{x-3}{2-x} = -\infty$.

3. $\lim\limits_{x \to +\infty} (2 + e^x) = +\infty$ donc $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1}{2+e^x} = 0$.

4. $\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0$ donc $\lim\limits_{x \to -\infty} (2 + e^x) = 2$ et par conséquent, $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{1}{2+e^x} = \frac{1}{2}$.

5. $\lim\limits_{x \to +\infty} (2 - x^2) = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} (\sqrt{x} - 5) = +\infty$

donc par produit $\lim\limits_{x \to +\infty} (2 - x^2)(\sqrt{x} - 5) = -\infty$.

6. $\lim\limits_{x \to +\infty} (3x^2) = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{2}{x} = 0$ donc par somme $\lim\limits_{x \to +\infty} (3x^2 + \frac{2}{x}) = +\infty$.

7. $\lim\limits_{x \to -\infty} (x^3) = -\infty$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} 9 = 9$ donc par somme $\lim\limits_{x \to -\infty} (x^3 + 9) = -\infty$

et $\lim\limits_{x \to -\infty} (-4x^2) = -\infty$ car $\lim\limits_{x \to -\infty} x^2 = +\infty$.

Donc par somme $\lim\limits_{x \to -\infty} (x^3 - 4x^2 + 9) = -\infty$.

8. $\lim\limits_{x \to -\infty} x = -\infty$; $\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} 1 = 1$ donc par somme $\lim\limits_{x \to -\infty} (x + e^x + 1) = -\infty$.

9. $\lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} (1 - 2e^x) = -\infty$ donc par produit $\lim\limits_{x \to +\infty} e^x (1 - e^x) = -\infty$.

10. $\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0$ et $\lim\limits_{x \to -\infty} (3 + e^x) = 3$ donc par produit $\lim\limits_{x \to -\infty} e^x (3 + e^x) = 0$.

100 **1.** Pour tout réel x,

$f = e^u$ avec $u(x) = 3x$ et $u'(x) = 3$

donc $f'(x) = u'(x)e^{u(x)} = 3e^{3x}$.

2. Pour tout réel x,
$f = 2e^u$ avec $u(x) = 3x + 1$ et $u'(x) = 3$
donc $f'(x) = 2u'(x)e^{u(x)} = 2 \times 3\ e^{3x+1} = 6e^{3x+1}$.

3. Pour tout réel x,
$f = 0{,}5e^u$ avec $u(x) = -x$ et $u'(x) = -1$
donc $f'(x) = 0{,}5u'(x)e^{u(x)} = 0{,}5 \times (-1)\ e^{-x} = -0{,}5e^{-x}$.

4. Pour tout réel x,
$f = e^u$ avec $u(x) = -x^3 + 1$ et $u'(x) = -3x^2$
donc $f'(x) = u'(x)e^{u(x)} = -3x^2e^{-x^3+1}$.

5. Pour tout réel x,
$f = 10e^u$ avec $u(x) = 1 - 0{,}1x^2$ et $u'(x) = -0{,}2x$
donc $f'(x) = 10u'(x)e^{u(x)} = 10\ (-0{,}2x)\ e^{1-0{,}1x^2} = -2xe^{1-0{,}1x^2}$.

6. Pour tout réel x,
$f = u^2$ avec $u(x) = 4x^2 - 1$ et $u'(x) = 8x$
donc $f'(x) = 2u'(x)u(x) = 2 \times 8x\ (4x^2 - 1) = 16x\ (4x^2 - 1)$.

7. Pour tout réel x,
$f = u^2$ avec $u(x) = x - x^3$ et $u'(x) = 1 - 3x^2$
donc $f'(x) = 2u'(x)u(x) = 2(1 - 3x^2)\ (x - x^3)$.

8. Pour tout réel x,
$f = u^2$ avec $u(x) = e^x - 8$ et $u'(x) = e^x$
donc $f'(x) = 2u'(x)u(x) = 2e^x(e^x - 8)$.

9. Pour tout réel x,
$f = 5u^2$ avec $u(x) = 1 - 0{,}5x^3$ et $u'(x) = -0{,}5 \times 3x^2 = -1{,}5x^2$
donc $f'(x) = 5 \times 2u'(x)u(x) = 10\ (-1{,}5x^2)(1 - 0{,}5x^3) = -15x^2\ (1 - 0{,}5x^3)$.

10. Pour tout réel x,
$f = u^2$ avec $u(x) = e^{-x+1} - 0{,}1$ et $u'(x) = -\ e^{-x+1}$
donc $f'(x) = 2u'(x)u(x) = -\ 2e^{-x+1}\ (e^{-x+1} - 0{,}1)$.