82 **1.** D'après l'énoncé, $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4$.

a. L'expression de sa dérivée est : $f'(x) = 6x^2 - 6x = 6x(x-1)$

$$\begin{aligned} f'(x) &= 6x^2 - 6x \\ &= 6x(x-1) \end{aligned}$$

b. $f'(x)$ est un polynôme du second degré dont les racines sont 0 et 1 et pour lequel le coefficient de x^2 est positif. On en déduit le tableau ci-dessous :

x	-2		0		1		2
$f'(x)$		+	0	−	0	+	
$f(x)$	-24	↗	4	↘	3	↗	8

2. ■ Sur l'intervalle [0 ; 2], le minimum de la fonction f est 3.
Il est supérieur à 0, donc l'équation $f(x) = 0$ ne peut pas avoir de solution sur cet intervalle.
■ Sur l'intervalle [–2 ; 0], le tableau de variation indique que la fonction f est continue et strictement croissante.
De plus, $f(-2) = -24$ et $f(0) = 4$ donc 0 est compris entre $f(-2)$ et $f(0)$.
D'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution notée α sur l'intervalle [–2 ; 0].
■ Finalement, sur l'intervalle [–2 ; 2], l'équation $f(x) = 0$ admet α pour unique solution.

3. ■ Sur l'intervalle [0 ; 2], le minimum de la fonction f est 3.
Il est supérieur à 0, donc $f(x)$ est positif sur cet intervalle.
■ Sur l'intervalle [–2 ; 0], d'après la question précédente, $f(\alpha) = 0$. Puisque f est strictement croissante sur [–2 ; 0], $f(x) < 0$ sur l'intervalle $[-2 ; \alpha[$ et $f(x) > 0$ sur l'intervalle $]\alpha ; 0]$.
■ On en déduit le tableau de signe suivant :

x	-2		α		2
$f(x)$		−	0	+	