92 **1.** D'après l'énoncé, $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 84$.

a. L'expression de sa dérivée est : $f'(x) = 6x^2 - 6x - 36$

b. $f'(x)$ est un polynôme du second degré. On calcule son discriminant :
$\Delta = (-6)^2 - 4 \times 6 \times (-36) = 36 + 864 = 900$.
Puisque $\Delta > 0$, l'expression $6x^2 - 6x - 36$ a deux racines :

$$x_1 = \frac{-(-6) - \sqrt{900}}{2 \times 6} = \frac{6 - 30}{12} = -2 \text{ et } x_2 = \frac{-(-6) + \sqrt{300}}{2 \times 6} = \frac{6 + 30}{12} = 3.$$

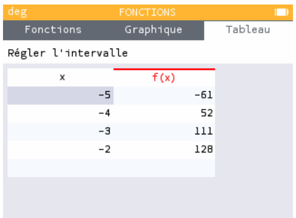
Puisque le coefficient de x^2 est 6, avec $6 > 0$, on en déduit le tableau ci-dessous :

x	-5		-2		3		5
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	-61	$\nearrow$	128	$\searrow$	3	$\nearrow$	79

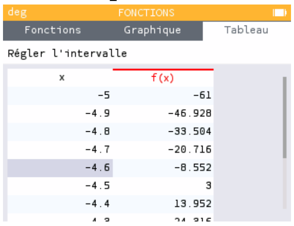
c. ■ Sur l'intervalle $[-2 ; 5]$, le minimum de la fonction f est 3.
Il est supérieur à 0, donc l'équation $f(x) = 0$ ne peut pas avoir de solution sur cet intervalle.
■ Sur l'intervalle $[-5 ; -2]$, le tableau de variation indique que la fonction f est continue et strictement croissante.
De plus, $f(-5) = -61$ et $f(-2) = 128$ donc 0 est compris entre $f(-5)$ et $f(-2)$.
D'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution notée α sur l'intervalle $[-5 ; -2]$.
■ Finalement, sur l'intervalle $[-5 ; 5]$, l'équation $f(x) = 0$ admet α pour unique solution.

d. Pour déterminer un encadrement de α d'amplitude 10^{-3}, on utilise la calculatrice :

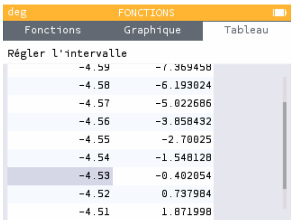
a. On commence le balayage à $x = -5$ avec un pas de 1.



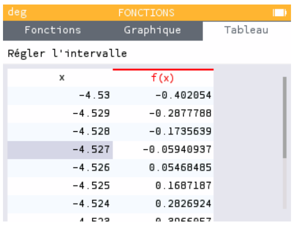
b. On forme ensuite un tableau de valeurs de $f(x)$ sur $[-5 ; -4]$ avec un pas de 0,1.



c. On recommence à partir de $x = -4,6$ avec un pas de 0,01.



d. On termine à partir de $x = -4, 35$ avec un pas de 0,001.



À l'aide de la calculatrice, on a $-4,527 < \alpha < -4,526$.

2. a. On a $f''(x) = 12x - 6$.

b. $12x - 6 > 0$ équivaut à $12x > 6$ donc à $x > \frac{6}{12}$ soit à $x > \frac{1}{2}$. On en déduit le tableau suivant :

x	-5		$\frac{1}{2}$		5
$f''(x)$		$-$	0	$+$	
f		concave		convexe	

La fonction f change de convexité en $\frac{1}{2}$ donc la courbe $\mathcal{C}_f$ a un point d'inflexion d'abscisse $\frac{1}{2}$ et d'ordonnée $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{131}{2}$.