163 **1.** Le coefficient multiplicateur d'une augmentation de 1 % est 1,01.
On en déduit que, pour tout entier naturel n, $p_{n+1} = 1{,}01p_n$.
La suite (p_n) est donc géométrique de raison 1,01 et de premier terme $p_0 = 15\,000$.
On en déduit que pour tout entier naturel n : $p_n = 15\,000 \times 1{,}01^n$.

2. On résout l'inéquation $p_n > 20\,000$ qui équivaut à $15\,000 \times 1{,}01^n > 20\,000$
donc à $1{,}01^n > \frac{20\,000}{15\,000}$ soit à $1{,}01^n > \frac{4}{3}$.
La fonction logarithme népérien étant strictement croissante, l'inéquation équivaut à
$\ln(1{,}01^n) > \ln\left(\frac{4}{3}\right)$ donc à $n \ln(1{,}01) > \ln\left(\frac{4}{3}\right)$ soit à $n > \frac{\ln\left(\frac{4}{3}\right)}{\ln(1{,}01)}$ puisque $\ln(1{,}01) > 0$,
1,01 étant supérieur à 1.

On a $\frac{\ln\left(\frac{4}{3}\right)}{\ln(1{,}01)} \approx 28{,}9$ à 0,1 près. Le plus petit entier n solution de l'inéquation est 29.
C'est donc en 2049 que la population dépassera pour la première fois 20 000 habitants.