

166 1. $\lim_{x \rightarrow e^3} 2\ln(x) - 7 = 2\ln(e^3) - 7 = 2 \times 3 - 7 = -1.$

$\lim_{\substack{x \rightarrow e^3 \\ x > e^3}} \ln(x) - 3 = 0^+$ car $\ln(e^3) = 3$ et si $x > e^3$ alors $\ln(x) > \ln(e^3)$ soit $\ln(x) > 3$ et $\ln(x) - 3 > 0.$

On en déduit que : $\lim_{\substack{x \rightarrow e^3 \\ x > e^3}} f(x) = -\infty.$

La droite d'équation $x = e^3$ est asymptote verticale à $C_f.$

2. a. Pour tout réel x de $]e^3; +\infty[$, $f(x) = \frac{\ln(x)(2 - \frac{7}{\ln(x)})}{\ln(x)(1 - \frac{3}{\ln(x)})} = \frac{2 - \frac{7}{\ln(x)}}{1 - \frac{3}{\ln(x)}}.$

b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) = +\infty$ donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{7}{\ln(x)} = 0$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{\ln(x)} = 0$ d'où $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2.$

On en déduit que la droite d'équation $y = 2$ est asymptote horizontale à C_f en $+\infty.$