169 **1. a.** $\lim\limits_{\substack{x \to -\frac{1}{2} \\ x > -\frac{1}{2}}} 2x + 1 = 0^+$ et $\lim\limits_{X \to 0^+} \ln(X) = -\infty$ donc $\lim\limits_{\substack{x \to -\frac{1}{2} \\ x > -\frac{1}{2}}} \ln(2x + 1) = -\infty$

et par conséquent $\lim\limits_{\substack{x \to -\frac{1}{2} \\ x > -\frac{1}{2}}} f(x) = -\infty$.

On en déduit que la droite d'équation $x = -\frac{1}{2}$ est asymptote verticale à C.

b. $\lim\limits_{x \to +\infty} 2x + 1 = +\infty$ et $\lim\limits_{X \to +\infty} \ln(X) = +\infty$

donc $\lim\limits_{x \to +\infty} \ln(2x + 1) = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$.

2. a. $f'(x) = 0 + \frac{2}{2x + 1} = \frac{2}{2x + 1}$.

b. Pour tout réel x de $\left]-\frac{1}{2} ; +\infty\right[$, $2x + 1 > 0$ donc $\frac{2}{2x + 1} > 0$ soit $f'(x) > 0$.

La fonction f est donc croissante sur $\left]-\frac{1}{2} ; +\infty\right[$.

x	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	‖ +	
f	‖ $-\infty$ $\nearrow$	$+\infty$

3. a. Le domaine d'existence de l'équation est le domaine de définition de la fonction f, c'est-à-dire $\left]-\frac{1}{2} ; +\infty\right[$.

Pour x appartient à $\left]-\frac{1}{2} ; +\infty\right[$, l'équation est équivalente à $\ln(2x + 1) = -1$ donc à $2x + 1 = e^{-1}$ soit à $2x = e^{-1} - 1$ et à $x = \frac{e^{-1} - 1}{2}$.

L'équation a donc pour unique solution $\frac{e^{-1} - 1}{2}$.

b. Les abscisses des points d'intersection de la courbe C avec l'axe des abscisses sont les solutions de l'équation $f(x) = 0$.

L'équation $f(x) = 0$, c'est-à-dire $1 + \ln(2x + 1) = 0$, a pour unique solution $\frac{e^{-1} - 1}{2}$ donc la courbe C a un seul point d'intersection avec l'axe des abscisses : le point de coordonnées $\left(\frac{e^{-1} - 1}{2} ; 0\right)$.

Le point d'intersection de C avec l'axe des ordonnées est le point d'abscisse 0 de C.
Or $f(0) = 1 + \ln(2 \times 0 + 1) = 1 + \ln(1) = 1$, donc le point d'intersection de C avec l'axe des ordonnées a pour coordonnées $(0 ; 1)$.