109 L'équation différentielle $y' - 3y = 0$ est de la forme $y' = ay$ avec $a = 3$. Les fonctions solutions de cette équation différentielle sont donc les fonctions $x \longmapsto C\mathrm{e}^{3x}$ avec C réel.
On sait que le coefficient directeur de la tangente à une courbe au point M d'abscisse x_{M} est égal à $f'(x_{\mathrm{M}})$. Ici on s'intéresse au coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse 1, c'est-à-dire à $f'(1)$, et on veut que ce coefficient directeur soit égal à 2.
On veut donc que $f'(1) = 2$.
Or f est une solution de l'équation différentielle $y' - 3y = 0$ donc $f(x) = C\mathrm{e}^{3x}$;
on a alors $f'(x) = 3C\mathrm{e}^{3x}$.
On cherche donc C tel que $3C\mathrm{e}^{3} = 2$ d'où $C = \frac{2}{3}\mathrm{e}^{-3}$.
La fonction cherchée est donc définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{2}{3}\mathrm{e}^{-3}\mathrm{e}^{3x}$, c'est-à-dire $f(x) = \frac{2}{3}\mathrm{e}^{3x-3}$.