96 **1.** Pour $x > 0$, $f(x) = x - \frac{1}{x} = \frac{x^2}{x} - \frac{1}{x} = \frac{x^2 - 1}{x}$.

2. $x > 0$ donc $f(x)$ est du signe de $x^2 - 1$. Or, $x^2 - 1 = (x + 1)(x - 1)$.
Comme $x > 0$, alors $x + 1 > 0$.
$x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$; $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$ et $x - 1 < 0 \Leftrightarrow x < 1$.
Finalement :

- $f(x) < 0$ sur $]0 ; 1[$,
- $f(x) > 0$ sur $]1 ; +\infty[$,
- et $f(x) = 0$ si $x = 1$.

3. D'après la question précédente, on en déduit que $f(x) > 0$ sur $[1 ; 2]$.
Or, $f(x) > 0$ revient à dire que $x > \frac{1}{x}$.
Par conséquent, sur l'intervalle $[1 ; 2]$, la droite est au-dessus de l'hyperbole.
On note A l'aire, en u.a., de la surface délimitée par la droite, l'hyperbole et les droites d'équations $x = 1$ et $x = 2$. Alors $A = \int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$ u.a.
Or, $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = \left[\frac{x^2}{2} - \ln(x)\right]_1^2 = \frac{3}{2} - \ln(2)$. Donc $A = \frac{3}{2} - \ln(2)$ u.a.