97 **1.** La tangente T a pour équation $y = f'(1)(x-1) + f(1)$.

Or, pour $x > 0$, $f'(x) = \frac{1}{x}$ et donc $f'(1) = 1$. Et, $f(1) = \ln(1) = 0$.

Donc $y = 1(x-1) + 0$ et donc T a pour équation : $y = x - 1$.

2. La fonction ln est concave sur $]0 ; +\infty[$ donc T est au-dessus de C sur cet intervalle.

3. a. La fonction H est dérivable sur $]0 ; +\infty[$.

Pour tout réel $x > 0$, $H'(x) = x - (\ln(x) + x \times \frac{1}{x}) = x - \ln(x) - 1 = h(x)$.

Donc H est une primitive de h sur $]0 ; +\infty[$.

b. La tangente T étant au-dessus de la courbe C sur $]0 ; +\infty[$, l'aire A, en u.a., du domaine délimité par C, la tangente T et les droites d'équations $x = 1$ et $x = \mathrm{e}$ est égale à

$\int_1^{\mathrm{e}} (x - 1 - \ln(x))\mathrm{d}x$.

Or, $\int_1^{\mathrm{e}} (x - 1 - \ln(x))\mathrm{d}x = \int_1^{\mathrm{e}} h(x)\mathrm{d}x = H(\mathrm{e}) - H(1) = 0{,}5\mathrm{e}^2 - \mathrm{e} - 0{,}5$.

Donc $A = 0{,}5\mathrm{e}^2 - \mathrm{e} - 0{,}5$ u.a.