

**109** Pour montrer que  $g$  est une fonction de densité de probabilité sur l'intervalle  $[1 ; 2]$ , il faut montrer que  $g$  est continue et positive sur cet intervalle et que  $\int_1^2 g(x) dx = 1$ .

- La fonction  $g$  est continue sur l'intervalle  $[1 ; 2]$  car c'est une fonction polynôme de degré 2.
- Pour tout réel  $x$  de l'intervalle  $[1 ; 2]$ ,  $g(x) = x(0,75x - 0,5)$ .

Or, sur cet intervalle,  $x \geq 0$ . Donc le premier facteur est positif.

De plus,  $x \geq 1$  donc  $0,75x \geq 0,75$  donc  $0,75x - 0,5 \geq 0,25 > 0$ .

Donc le deuxième facteur est positif.

Par produit,  $x(0,75x - 0,5) \geq 0$ .

Donc la fonction  $g$  est positive sur l'intervalle  $[1 ; 2]$ .

- Pour calculer  $\int_1^2 g(x) dx$ , il faut trouver une primitive de  $g$ . Il suffit de prendre la fonction

$G$  définie sur l'intervalle  $[1 ; 2]$  par  $G(x) = 0,75 \times \frac{x^3}{3} - 0,5 \times \frac{x^2}{2}$ ,

soit  $G(x) = 0,25x^3 - 0,25x^2$ . Ainsi  $\int_1^2 g(x) dx = G(2) - G(1)$ .

Or,  $G(2) = 0,25 \times 2^3 - 0,25 \times 2^2 = 0,25 \times 8 - 0,25 \times 4 = 2 - 1 = 1$

et  $G(1) = 0,25 \times 1^3 - 0,25 \times 1^2 = 0,25 - 0,25 = 0$ .

Donc  $\int_1^2 g(x) dx = 1 - 0 = 1$ .

Donc  $g$  est une fonction de densité de probabilité sur l'intervalle  $[1 ; 2]$ .