113 **1. a.** La variable aléatoire X suit la loi uniforme sur l'intervalle [1 ; 9], donc
$P(1 < X < 9) = P(1 \leq X \leq 9) = 1$. En effet, X prend ses valeurs dans l'intervalle [1 ; 9].
Donc $P(1 < X < 9) \neq \frac{1}{8}$. La proposition **a.** est donc une mauvaise réponse.
b. La variable aléatoire X suit la loi uniforme sur l'intervalle [1 ; 9],
donc $P(5 < X < 9) = P(5 \leq X \leq 9) = \frac{9-5}{9-1} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$.
Donc la proposition **b.** est une bonne réponse.
c. La variable aléatoire X suit la loi uniforme sur l'intervalle [1 ; 9],
donc $P(1 < X < 3) = P(1 \leq X \leq 3) = \frac{3-1}{9-1} = \frac{2}{8}$. Donc $P(1 < X < 3) \neq \frac{3}{8}$.
La proposition **c.** est donc une mauvaise réponse.
d. La variable aléatoire X suit la loi uniforme sur l'intervalle [1 ; 9],
donc $E(X) = \frac{9+1}{2} = \frac{10}{2} = 5$. Donc la proposition **d.** est une bonne réponse.
Les bonnes réponses sont donc les propositions **b** et **d**.

2. a. La variable aléatoire X suit la loi uniforme sur l'intervalle [2 ; 7],
donc $P(3 \leq X \leq 7) = \frac{7-3}{7-2} = \frac{4}{5}$. Donc $P(3 \leq X \leq 7) \neq \frac{1}{4}$.
La proposition **a.** est donc une mauvaise réponse.
b. La variable aléatoire X suit la loi uniforme sur l'intervalle [2 ; 7],
donc $P(X \geq 4) = 1 - P(X < 4) = 1 - P(X \leq 4)$.
Or, $P(X \leq 4) = P(2 \leq X \leq 4) = \frac{4-2}{7-2} = \frac{2}{5}$.
Donc $P(X \geq 4) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{5}{5} - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$.
De plus, $P(2 \leq X \leq 5) = \frac{5-2}{7-2} = \frac{3}{5}$. Donc $P(X \geq 4) = P(2 \leq X \leq 5)$.
Donc la proposition **b.** est une bonne réponse.
c. La variable aléatoire X suit la loi uniforme sur l'intervalle [2 ; 7], donc $E(X) = \frac{7+2}{2} = \frac{9}{2}$.
Donc $E(X) \neq \frac{9}{5}$. La proposition **c.** est donc une mauvaise réponse.
d. D'après le calcul précédent, $E(X) = \frac{9}{2} = 4{,}5$. Donc la proposition **d.** est une bonne réponse.
Les bonnes réponses sont donc les propositions **b** et **d**.

3. a. La variable aléatoire X suit la loi uniforme sur l'intervalle [0 ; 5],
donc $E(X) = \frac{5+0}{2} = \frac{5}{2} = 2{,}5$. Donc $E(X) \neq 0{,}4$.
La proposition **a.** est donc une mauvaise réponse.
b. La variable aléatoire X suit la loi uniforme sur l'intervalle [0 ; 5],
donc $P(X > 2) = 1 - P(X \leq 2)$.
Or, $P(X \leq 2) = P(0 \leq X \leq 2) = \frac{2-0}{5-0} = \frac{2}{5} = 0{,}4$.
Donc $P(X > 2) = 1 - 0{,}4 = 0{,}6$.
Donc la proposition **b.** est une bonne réponse.
c. D'après ce qui précède, $P(X \leq 2) = 0{,}4$ donc $P(X \leq 2) \neq 0{,}6$.
La proposition **c.** est donc une mauvaise réponse.
d. La variable aléatoire X suit la loi uniforme sur l'intervalle [0 ; 5], donc $P(X \leq 5) = 1$.
Ainsi, $P(X \leq 5) \neq 0$. La proposition **d.** est donc une mauvaise réponse.
Il n'y a donc qu'une seule bonne réponse : la proposition **b**.

4. On peut noter D la durée d'une communication entre les deux collègues, durée exprimée en minutes. On cherche à calculer $P_{D > 30}(D \leq 90)$. Or, $P_{D > 30}(D \leq 90) = \frac{P(30 < D \leq 90)}{P(D > 30)}$.
Comme D suit la loi uniforme sur l'intervalle [0 ; 120], on a :
$P(30 < D \leq 90) = P(30 \leq D \leq 90) = \frac{90 - 30}{120 - 0} = \frac{60}{120} = 0{,}5$.
De plus, $P(D > 30) = 1 - P(D \leq 30) = 1 - P(0 \leq D \leq 30)$,
soit $P(D > 30) = 1 - \frac{30 - 0}{120 - 0} = 1 - \frac{30}{120} = 1 - \frac{1}{4} = 1 - 0{,}25$, soit $P(D > 30) = 0{,}75$.
Par conséquent, $\frac{P(30 < D \leq 90)}{P(D > 30)} = \frac{0{,}5}{0{,}75} = \frac{2 \times 0{,}25}{3 \times 0{,}25} = \frac{2}{3}$.
Donc $P_{D>30}(D \leq 90) = \frac{2}{3}$.
L'unique bonne réponse est donc la proposition **c**.