Chapitre 10
Fonction logarithme népérien

Revoir des points essentiels

186 **a.** En utilisant la stricte croissance de la fonction exponentielle sur $\mathbb{R}$, l'inéquation est équivalente à $x \leq e^5$ ainsi $\mathcal{S} =]0\ ;+\infty[\ \cap]-\infty\ ;e^5] =]0\ ;e^5]$.

b. En utilisant la stricte croissance de la fonction exponentielle sur $\mathbb{R}$, l'inéquation est équivalente à $x > e^7$ ainsi $\mathcal{S} =]e^7\ ;+\infty[$.

c. En utilisant la stricte croissance de la fonction exponentielle sur $\mathbb{R}$, l'inéquation est équivalente à $x < e^{-1}$ ainsi $\mathcal{S} =]0\ ;+\infty[\ \cap]-\infty\ ;e^{-1}[=]0\ ;e^{-1}[$.

d. En utilisant la stricte croissance de la fonction exponentielle sur $\mathbb{R}$, l'inéquation est équivalente à $x \geq e^{-2}$ ainsi $\mathcal{S} = [e^{-2}\ ;+\infty[$.

e. L'inéquation est équivalente à $-\ln(x) \leq 6$ ou encore à $\ln(x) \geq -6$ soit, en utilisant la stricte croissance de la fonction exponentielle sur $\mathbb{R}$, à $x \geq e^{-6}$ ainsi $\mathcal{S} = [e^{-6}\ ;+\infty[$

f. L'inéquation est équivalente à $2\ln(x) > 8$ ou encore à $\ln(x) > 4$ soit, en utilisant la stricte croissance de la fonction exponentielle sur $\mathbb{R}$, à $x > e^4$ ainsi $\mathcal{S} =]e^4\ ;+\infty[$.

187 **a.** En utilisant la stricte croissance de la fonction logarithme népérien sur $]0\ ;+\infty[$, l'inéquation est équivalente à $4x > \ln(5)$ ou encore à $x > \frac{\ln(5)}{4}$ ainsi $\mathcal{S} =]\frac{\ln(5)}{4}\ ;\ +\infty[$.

b. En utilisant la stricte croissance de la fonction logarithme népérien sur $]0\ ;+\infty[$, l'inéquation est équivalente à $2x + 1 \leq \ln(3)$ ou encore à $2x < \ln(3) - 1$ soit à $x < \frac{\ln(3)-1}{2}$ ainsi $\mathcal{S} =]-\infty\ ;\frac{\ln(3)-1}{2}]$.

c. L'inéquation est équivalente à $e^{5x} \geq 7$ ou encore, en utilisant la stricte croissance de la fonction logarithme népérien sur $]0\ ;+\infty[$, à $5x \geq \ln(7)$ soit à $x \geq \frac{\ln(7)}{5}$ ainsi $\mathcal{S} = [\frac{\ln(7)}{5}\ ;\ +\infty[$.

188 **a.** On remarque que $f(x)$ est de la forme $u(x) + v(x)$.

Pour tout réel $x > 0$, $f'(x) = 3 + 8 \times \frac{1}{x} = 3 + \frac{8}{x}$.

b. On remarque que $g(x)$ est de la forme $u(x) + v(x)$.

Pour tout réel $x > 0$, $g'(x) = 3x^2 - 6x - \frac{2}{x}$.

c. On remarque que $h(x)$ est de la forme $\ln(u(x))$.

Pour tout réel $x > \frac{1}{3}$, $h'(x) = \frac{6}{6x-2} = \frac{3}{3x-1}$.

d. On remarque que $j(x)$ est de la forme $\ln(u(x))$.

Pour tout réel x, $j'(x) = \frac{2 \times 2x}{2x^2+3} = \frac{4x}{2x^2+3}$.

e. On remarque que $k(x)$ est de la forme $u(x) \times v(x)$.

Pour tout réel $x > 0$, $k'(x) = 5x^4 \ln(x) + x^5 \times \frac{1}{x} = 5x^4 \ln(x) + x^4 = x^4(5\ln(x) + 1)$.

f. On remarque que $l(x)$ est de la forme $u(x) \times v(x)$.

Pour tout réel $x > 0$, $l'(x) = (2x - 5)\ln(x) + (x^2 - 5x + 1) \times \frac{1}{x} = (2x - 5)\ln(x) + \frac{x^2-5x+1}{x}$.

189 **a.** Pour tout réel $x > 0$,

$$f'(x) = \frac{\frac{1}{x} \times x^3 - \ln(x) \times 3x^2}{(x^3)^2} = \frac{x^2 - 3x^2\ln(x))}{x^6} = \frac{x^2(1 - 3\ln(x))}{x^6} = \frac{x^2(1 - 3\ln(x))}{x^2 \times x^4} = \frac{1 - 3\ln(x)}{x^4}.$$

b. Pour tout $x > 1$, $g'(x) = \frac{2x\ln(x) - (x^2+1) \times \frac{1}{x}}{(\ln(x))^2} = \frac{2x\ln(x) - x - \frac{1}{x}}{(\ln(x))^2}$.