100 Dans cet exercice, l'intervalle de résolution est $[0\,;+\infty[$.

1. Résoudre (E) revient à résoudre l'équation différentielle $0{,}5v' + 0{,}1v = -5$,
soit $0{,}5v' = -0{,}1v - 5$, soit $v' = -0{,}2v - 10$.
On reconnaît bien une équation différentielle du premier ordre de la forme $y' = ay + b$, avec $a = -0{,}2$ et $b = -10$.

2. Les solutions de l'équation différentielle $y' = ay + b$ (avec a et b deux réels donnés, a non nul) sont les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $x \longmapsto C\mathrm{e}^{ax} - \frac{b}{a}$, où C est une constante réelle quelconque.
Donc les solutions de (E) sont les fonctions v définies sur $[0\,;+\infty[$ par :
$v(t) = C\mathrm{e}^{-0{,}2t} - \frac{-10}{-0{,}2} = C\mathrm{e}^{-0{,}2t} - 50$, où $C \in \mathbb{R}$.
On détermine la constante réelle C en utilisant la condition initiale :
$v(0) = 15$ équivaut à $C\mathrm{e}^{-0{,}2\times 0} - 50 = 15$, soit $C = 15 + 50 = 65$.
Par conséquent, pour tout $t \geqslant 0$, $v(t) = 65\mathrm{e}^{-0{,}2t} - 50$.

3. On cherche le temps t, en secondes, pour lequel la vitesse de la balle $v(t)$ est égale à 0 m.s^{-1}. On résout donc sur $[0\,;+\infty[$ l'équation : $v(t) = 0$, soit $65\mathrm{e}^{-0{,}2t} - 50 = 0$, soit
$\mathrm{e}^{-0{,}2t} = \frac{50}{65}$, soit $-0{,}2t = \ln\left(\frac{50}{65}\right)$, soit $t = \frac{\ln\left(\frac{50}{65}\right)}{-0{,}2}$.
Avec une calculatrice, $\frac{\ln\left(\frac{50}{65}\right)}{-0{,}2} \approx 1{,}312$ (arrondi au millième).
On déduit donc qu'il faudra environ 1,312 s pour que la balle commence à retomber.