88 **1. VRAI**. La fonction $f : x \longmapsto 2\cos(x) + 3\sin(x)$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout réel x,
$f'(x) = -2\sin(x) + 3\cos(x)$.
La dérivée f' est elle aussi dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout réel x,
$f''(x) = -2\cos(x) - 3\sin(x)$.
Par conséquent, pour tout réel x,
$f''(x) + f(x) = -2\cos(x) - 3\sin(x) + 2\cos(x) + 3\sin(x) = 0$.
Puisque pour tout réel x, $f''(x) + f(x) = 0$, on en déduit que la fonction
$f : x \longmapsto 2\cos(x) + 3\sin(x)$ est une solution de l'équation différentielle (E) sur $\mathbb{R}$.

2. FAUX. La fonction $f : x \longmapsto 10\cos(x) - 3\sin(2x)$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout réel x,
$f'(x) = -10\sin(x) - 6\cos(2x)$.
La dérivée f' est elle aussi dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout réel x,
$f''(x) = -10\cos(x) + 12\sin(2x)$.
Par conséquent pour tout réel x,
$f''(x) + f(x) = -10\cos(x) + 12\sin(2x) + 10\cos(x) - 3\sin(2x) = 9\sin(2x)$ et
$9\sin(2x) \neq 0$ pour $x = \frac{\pi}{4}$ par exemple.
Puisqu'il existe un réel x tel que $f''(x) + f(x) \neq 0$, on en déduit que la fonction
$f : x \longmapsto 10\cos(x) - 3\sin(2x)$ n'est pas solution de l'équation différentielle (E) sur $\mathbb{R}$.

3. VRAI. La fonction $f : x \longmapsto -5\cos(x)$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout réel x,
$f'(x) = 5\sin(x)$.
La dérivée f' est elle aussi dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout réel x, $f''(x) = 5\cos(x)$.
Par conséquent, pour tout réel x, $f''(x) + f(x) = 5\cos(x) - 5\cos(x) = 0$.
Puisque, pour tout réel x, $f''(x) + f(x) = 0$, on en déduit que la fonction
$f : x \longmapsto -5\cos(x)$ est une solution de l'équation différentielle (E) sur $\mathbb{R}$.