92 **1.** Les solutions de l'équation différentielle $y' = ay$ (avec a réel donné) sont les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $x \longmapsto Ce^{ax}$, où C est une constante réelle quelconque.
Donc, pour tout $t \geqslant 0$, $Q(t) = C\mathrm{e}^{at}$, où $C \in \mathbb{R}$.
On détermine la constante réelle C en utilisant la condition initiale :
$Q(0) = 1{,}8$ équivaut à $C\mathrm{e}^{a\times 0} = 1{,}8$, soit $C = 1{,}8$.
Par conséquent, $Q(t) = 1{,}8\mathrm{e}^{at}$ pour tout réel t positif ou nul.

2. On sait que la quantité de substance initialement présente dans le sang est $Q(0) = 1{,}8$ mg.
On applique une diminution de 30 % : $1{,}8 \times \left(1 - \frac{30}{100}\right) = 1{,}8 \times 0{,}7 = 1{,}26$.
Donc la quantité de substance présente dans le sang au bout d'une heure est $Q(1) = 1{,}26$ mg.
Or $Q(1) = 1{,}26$ équivaut à $1{,}8\mathrm{e}^{a\times 1} = 1{,}26$, ce qui est équivalent à $e^a = \frac{1{,}26}{1{,}8} = 0{,}7$, soit $a = \ln(0{,}7)$. Donc pour tout $t \geqslant 0$, $Q(t) = 1{,}8\mathrm{e}^{\ln(0{,}7)t} = 1{,}8 \times 0{,}7^t$.

3. On cherche le temps t, en heures, à partir duquel la quantité de substance présente dans le sang $Q(t)$ devient inférieure à 0,15 mg. On résout donc sur $[0\,;+\infty[$ l'inéquation :
$Q(t) < 0{,}15$, soit $1{,}8 \times 0{,}7^t < 0{,}15$, soit $0{,}7^t < \frac{0{,}15}{1{,}8}$, soit $t \times \ln(0{,}7) < \ln\left(\frac{0{,}15}{1{,}8}\right)$,
soit $t > \frac{\ln\left(\frac{0{,}15}{1{,}8}\right)}{\ln(0{,}7)}$ (l'ordre est modifié puisqu'on divise par $\ln(0{,}7) < 0$).
Avec une calculatrice, $\frac{\ln\left(\frac{0{,}15}{1{,}8}\right)}{\ln(0{,}7)} \approx 6{,}97$. On en déduit donc que la quantité de substance présente dans le sang deviendra inférieure à 0,15 mg au bout de 7 heures.