93 $y' = ky$, où $k \in \mathbb{R}$.
On reconnaît une équation différentielle du premier ordre de la forme $y' = ay$, avec $a = k$.
Les solutions de l'équation différentielle $y' = ay$ (avec a réel donné) sont les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $x \longmapsto C\mathrm{e}^{ax}$, où C est une constante réelle quelconque.
Donc, pour tout $t \geqslant 0$, $N(t) = C\mathrm{e}^{kt}$, où $C \in \mathbb{R}$.
On détermine la constante réelle C en utilisant la condition initiale :
$N(0) = N_0$ équivaut à $C\mathrm{e}^{k\times 0} = N_0$, soit $C = N_0$.
Par conséquent, pour tout $t \geqslant 0$, $N(t) = N_0\mathrm{e}^{kt}$.

1. VRAI. Le phénomène modélisé étant un processus de désintégration radioactive, le nombre d'atomes $N(t)$ diminue quand t augmente. La fonction N est donc une fonction décroissante sur $[0\,;+\infty[$. Or pour tout $t \geqslant 0$, $N(t) = N_0\mathrm{e}^{kt}$ avec $N_0 > 0$ puisque N_0 représente le nombre d'atomes présents à l'instant $t = 0$.
Si $k > 0$ alors la fonction $t \longmapsto \mathrm{e}^{kt}$ et par conséquent, la fonction N, sont croissantes sur $[0\,;+\infty[$, ce qui n'est pas le cas.
Si $k = 0$ alors la fonction N est constante égale à N_0, ce qui n'est pas le cas.
On en déduit que $k < 0$.

2. VRAI. Pour tout $t \geqslant 0$, $N(t) = N_0\mathrm{e}^{kt}$ (justifié en préambule).

3. FAUX. On suppose que $N(T) = N_0\mathrm{e}^{kT} = \frac{N_0}{2}$, soit $\mathrm{e}^{kT} = \frac{1}{2}$.
On a alors : $N(3T) = N_0\mathrm{e}^{k3T} = N_0(\mathrm{e}^{kT})^3 = N_0\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{N_0}{8}$.
À l'instant $t = 3T$, il ne reste donc plus qu'un huitième des atomes de radium dans la substance, et non un sixième.