

96 1. Pour tout réel x , $f'(x) + f(x) = 0 + 2 = 2$: vrai.

2. Pour tout réel x , $f'(x) + f(x) = 5e^x + 5e^x + 2 = 10e^x + 2$. Par exemple, pour $x = 0$, $f'(x) + f(x) = 12$: faux.

3. Pour tout réel x , $f'(x) + f(x) = -e^x + 2 - e^x = -2e^x + 2$. Par exemple, pour $x = 0$, $f'(x) + f(x) = 0$: faux.

4. Pour tout réel x , $f'(x) + f(x) = -3e^x + 2 + 3e^x = 2$: vrai.

Remarque :

$y' + y = 2$ équivaut à $y' = -y + 2$.

On reconnaît une équation différentielle du premier ordre de la forme $y' = ay + b$, avec $a = -1$ et $b = 2$.

Les solutions de l'équation différentielle $y' = ay + b$ (avec a et b deux réels donnés, a non nul) sont les fonctions définies sur \mathbb{R} par $x \mapsto Ce^{ax} - \frac{b}{a}$, où C est une constante réelle quelconque.

Donc les solutions de cette équation différentielle sont les fonctions f définies sur \mathbb{R} par $f(x) = Ce^{-1x} - \frac{2}{-1} = Ce^{-x} + 2$, où $C \in \mathbb{R}$.