

98 1. $-2y' + 4y = 1$ équivaut à $-2y' = -4y + 1$, ce qui est équivalent à $y' = 2y - 0,5$. On reconnaît une équation différentielle du premier ordre de la forme $y' = ay + b$, avec $a = 2$ et $b = -0,5$.

Les solutions de l'équation différentielle $y' = ay + b$ (avec a et b deux réels donnés, a non nul) sont les fonctions définies sur \mathbb{R} par $x \mapsto Ce^{ax} - \frac{b}{a}$, où C est une constante réelle quelconque.

Donc les solutions de cette équation différentielle sont les fonctions g définies sur \mathbb{R} par $g(x) = Ce^{2x} - \frac{-0,5}{2} = Ce^{2x} + 0,25$, où $C \in \mathbb{R}$.

2. On sait que k étant un nombre réel donné, la dérivée sur \mathbb{R} de la fonction $x \mapsto e^{kx}$ est la fonction $x \mapsto ke^{kx}$.

Donc, pour tout réel x , $g'(x) = C \times 2e^{2x} + 0 = 2Ce^{2x}$.

Par conséquent, $g'(0) = -3$ équivaut à $2Ce^{2 \times 0} = -3$, soit $2C = -3$, soit $C = -\frac{3}{2} = -1,5$.

Donc la fonction $g: x \mapsto -1,5e^{2x} + 0,25$ est la solution de l'équation différentielle $-2y' + 4y = 1$ sur \mathbb{R} telle que $g'(0) = -3$.