

127 a. L'équation $z^2 = 5$ est équivalente à $z^2 - 5 = 0$ ou encore à $z^2 - \sqrt{5}^2 = 0$ ou encore à $(z - \sqrt{5})(z + \sqrt{5}) = 0$. Cette équation « produit nul » est équivalente à $z - \sqrt{5} = 0$ ou $z + \sqrt{5} = 0$.

Donc les solutions de l'équation sont $\sqrt{5}$ et $-\sqrt{5}$.

b. L'équation $z^2 = -7$ est équivalente à $z^2 - (\sqrt{7}i)^2 = 0$ ou encore à $(z - \sqrt{7}i)(z + \sqrt{7}i) = 0$.

Cette équation « produit nul » est équivalente à $z - \sqrt{7}i = 0$ ou $z + \sqrt{7}i = 0$.

Donc les solutions de l'équation sont $\sqrt{7}i$ et $-\sqrt{7}i$.

c. L'équation $3z^2 = -27$ est équivalente à $z^2 + 9 = 0$, ou encore à $z^2 - (3i)^2 = 0$, ou encore à $(z - 3i)(z + 3i) = 0$.

Cette équation « produit nul » est équivalente à $z - 3i = 0$ ou $z + 3i = 0$.

Donc les solutions de l'équation sont $3i$ et $-3i$.

d. L'équation $z^2 = \sqrt{3} - 1$ est équivalente à $z^2 - (\sqrt{\sqrt{3} - 1})^2 = 0$.

Or, $\sqrt{3} - 1 > 0$ donc l'équation est équivalente à $z^2 - \sqrt{\sqrt{3} - 1}^2 = 0$, ou encore à

$$(z - \sqrt{\sqrt{3} - 1})(z + \sqrt{\sqrt{3} - 1}) = 0.$$

Cette équation « produit nul » est équivalente à $z - \sqrt{\sqrt{3} - 1} = 0$ ou $z + \sqrt{\sqrt{3} - 1} = 0$.

Donc les solutions de l'équation sont $\sqrt{\sqrt{3} - 1}$ et $-\sqrt{\sqrt{3} - 1}$.

e. L'équation $z^2 = 1 - \sqrt{3}$ est équivalente à $z^2 - (1 - \sqrt{3}) = 0$.

Or, $1 - \sqrt{3} < 0$ donc $1 - \sqrt{3} = -(\sqrt{3} - 1) = (i\sqrt{\sqrt{3} - 1})^2$

Donc l'équation est équivalente à $z^2 - (i\sqrt{\sqrt{3} - 1})^2 = 0$, ou encore à

$$(z - i\sqrt{\sqrt{3} - 1})(z + i\sqrt{\sqrt{3} - 1}) = 0.$$

Cette équation « produit nul » est équivalente à $z - i\sqrt{\sqrt{3} - 1} = 0$ ou $z + i\sqrt{\sqrt{3} - 1} = 0$.

Donc les solutions de l'équation sont $i\sqrt{\sqrt{3} - 1}$ et $-i\sqrt{\sqrt{3} - 1}$.