

134 1. $r_1: z \mapsto iz$ est la fonction complexe associée à la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$
car $i = e^{i\frac{\pi}{2}}$.

$r_2: z \mapsto e^{-i\frac{\pi}{3}}z$ est la fonction complexe associée à la rotation de centre O et d'angle $-\frac{\pi}{3}$.

2. a. $r_1\left(2e^{i\frac{\pi}{4}}\right) = 2ie^{i\frac{\pi}{4}} = 2e^{i\frac{\pi}{2}} \times e^{i\frac{\pi}{4}} = 2e^{i\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}\right)} = 2e^{i\frac{3\pi}{4}}$

b. $r_2\left(2e^{i\frac{3\pi}{4}}\right) = 2e^{-i\frac{\pi}{3}} \times e^{i\frac{3\pi}{4}} = 2e^{i\left(-\frac{\pi}{3} + \frac{3\pi}{4}\right)} = 2e^{i\left(-\frac{4\pi}{12} + \frac{9\pi}{12}\right)} = 2e^{i\frac{5\pi}{12}}$.

3. a. Soit z un nombre complexe quelconque.

$$r_2 \circ r_1(z) = r_2(r_1(z)) = r_2(iz) = e^{-i\frac{\pi}{3}} \times iz = e^{-i\frac{\pi}{3}} \times e^{i\frac{\pi}{2}}z = e^{i\left(-\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}\right)}z = e^{i\left(-\frac{2\pi}{6} + \frac{3\pi}{6}\right)}z = e^{i\frac{\pi}{6}}z$$

b. $r_2 \circ r_1$ est donc la fonction complexe associée à la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{6}$.