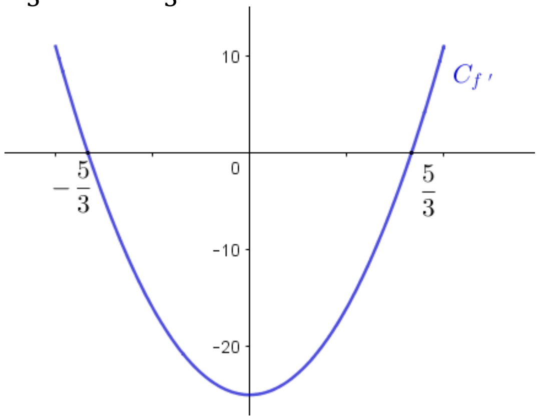
78 **1.** Pour tout réel x de [–2 ; 2], $f'(x) = 3 \times 3x^2 - 25 \times 1 + 0 = 9x^2 - 25$.
$f'(x) = (3x)^2 - 5^2 = (3x - 5)(3x + 5)$.

2. Pour tout réel x de [–2 ; 2], $f'(x) = 9(x - \frac{5}{3})(x + \frac{5}{3})$.

$f'(x)$ est de la forme $a(x - x_1)(x - x_2)$ avec $a = 9$, $x_1 = \frac{5}{3}$ et $x_2 = -\frac{5}{3}$.

La courbe représentative de f' est une parabole « tournée vers le haut » car $a > 0$, qui coupe l'axe des abscisses aux points d'abscisses $x_1 = \frac{5}{3}$ et $x_2 = -\frac{5}{3}$.

Cette parabole est donc au-dessus de l'axe des abscisses pour $x < -\frac{5}{3}$ et pour $x > \frac{5}{3}$, et au-dessous pour x compris entre $-\frac{5}{3}$ et $\frac{5}{3}$.



On en déduit que :
$f'(x) \leq 0$ sur $[-\frac{5}{3} ; \frac{5}{3}]$ et $f'(x) \geq 0$ sur $[-2 ; -\frac{5}{3}]$ et sur $[\frac{5}{3} ; 2]$.

3.

x	-2		$-\frac{5}{3}$		$\frac{5}{3}$		2
$f'(x)$		+	0	–	0	+	
$f(x)$	29	↗	$\frac{277}{9}$	↘	$-\frac{223}{9}$	↗	-23