107 Soit X la variable aléatoire qui, à une série de 4 ordinateurs, associe le nombre d'ordinateurs en fonctionnement cinq ans plus tard. Les pannes étant supposées indépendantes, X suit la loi binomiale de paramètres $n = 4$ et $p = 0{,}2$.

1. On cherche la probabilité de l'événement $\{X = 4\}$.
Dans l'arbre pondéré illustrant cette loi binomiale, il y a un unique chemin comportant 4 succès : sa probabilité est $0{,}2^4$.
Donc $P(X = 4) = 0{,}2^4 = 0{,}0016 \approx 0{,}002$ à 10^{-3} près : réponse **c**.

2. Si trois ordinateurs ne fonctionnent pas, c'est qu'un seul fonctionne.
Dans l'arbre pondéré illustrant cette loi binomiale, il y a $\binom{4}{1} = 4$ chemins comportant un seul succès, la probabilité de chacun de ces chemins étant égale à $0{,}2^1 \times 0{,}8^3$.
Donc $P(X = 1) = 4 \times 0{,}2^1 \times 0{,}8^3 \approx 0{,}410$ à 10^{-3} près : réponse **d**.

3. On cherche $P(X \geq 2)$. L'événement contraire de $\{X \geq 2\}$ est l'événement $\{X < 2\}$.
Or X étant une variable aléatoire discrète, cet événement est le même que l'événement $\{X \leq 1\}$.
On a donc $P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1)$.
L'événement $\{X \leq 1\}$ est la réunion des événements $\{X = 0\}$ et $\{X = 1\}$.
Donc $P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1)$.
Dans l'arbre pondéré illustrant cette loi binomiale, il y a un unique chemin ne comportant aucun succès : sa probabilité est $0{,}8^4$. Donc $P(X = 0) = 0{,}8^4$.
De plus nous avons vu dans la question précédente que $P(X = 1) = 4 \times 0{,}2^1 \times 0{,}8^3$.
Donc $P(X \leq 1) = 0{,}8^4 + 4 \times 0{,}2^1 \times 0{,}8^3 = 0{,}8192$.
Au final $P(X \geq 2) \approx 1 - 0{,}819$ soit environ $0{,}181$: réponse **c**.