

108 1. Les tirages étant supposés identiques et répétés de façon indépendante, X suit la loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0,3$.

2. Dans l'arbre pondéré illustrant cette loi binomiale, il y a $\binom{10}{4} = 210$ chemins comportant quatre succès, la probabilité de chacun de ces chemins étant égale à $0,3^4 \times 0,7^6$.

Donc $P(X = 4) = \binom{10}{4} \times 0,3^4 \times 0,7^6 \approx 0,20$.

3. On cherche $P(3 \leq X \leq 7)$, qui est égale à :

$P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) + P(X = 6) + P(X = 7)$.

Dans l'arbre pondéré illustrant cette loi binomiale, il y a $\binom{10}{3} = 120$ chemins comportant trois succès, la probabilité de chacun de ces chemins étant égale à $0,3^3 \times 0,7^7$.

Donc $P(X = 3) = \binom{10}{3} \times 0,3^3 \times 0,7^7 \approx 0,27$.

Dans l'arbre pondéré illustrant cette loi binomiale, il y a $\binom{10}{5} = 252$ chemins comportant cinq succès, la probabilité de chacun de ces chemins étant égale à $0,3^5 \times 0,7^5$.

Donc $P(X = 5) = \binom{10}{5} \times 0,3^5 \times 0,7^5 \approx 0,10$.

Dans l'arbre pondéré illustrant cette loi binomiale, il y a $\binom{10}{6} = 210$ chemins comportant six succès, la probabilité de chacun de ces chemins étant égale à $0,3^6 \times 0,7^4$.

Donc $P(X = 6) = \binom{10}{6} \times 0,3^6 \times 0,7^4 \approx 0,04$.

Dans l'arbre pondéré illustrant cette loi binomiale, il y a $\binom{10}{7} = 120$ chemins comportant sept succès, la probabilité de chacun de ces chemins étant égale à $0,3^7 \times 0,7^3$.

Donc $P(X = 7) = \binom{10}{7} \times 0,3^7 \times 0,7^3 \approx 0,01$.

Ainsi $P(3 \leq X \leq 7) = P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) + P(X = 6) + P(X = 7) \approx 0,62$.

4. $E(X) = 10 \times 0,3 = 3$, soit 3 enfants en moyenne.