72 Dans chaque cas, on note F la primitive de f sur $\mathbb{R}$ qui s'annule en 0.

a. Pour tout réel x, $f(x) = 2x^3 + 2x$ donc les primitives sur $\mathbb{R}$ de la fonction f sont les fonctions de la forme $x \longmapsto \frac{1}{2}x^4 + x^2 + k$, où $k \in \mathbb{R}$. La seule primitive qui s'annule en 0 est obtenue pour $k = 0$.

Donc, pour tout réel x, $F(x) = \frac{1}{2}x^4 + x^2$.

<u>Autre méthode</u> : pour tout réel x, $f(x) = u'(x)u(x)$, avec $u(x) = x^2 + 1$.

les primitives sur $\mathbb{R}$ de la fonction f sont les fonctions de la forme $x \longmapsto \frac{1}{2}(x^2+1)^2 + k$, où $k \in \mathbb{R}$.

On obtient ensuite $F : x \longmapsto \frac{1}{2}(x^2+1)^2 - \frac{1}{2}$.

b. Pour tout réel x, $f(x) = -\frac{1}{4} \times 4 \times (-\sin x) \times \cos^3 x$ donc les primitives sur $\mathbb{R}$ de f sont les fonctions de la forme $x \longmapsto -\frac{1}{4}\cos^4 x + k$, où $k \in \mathbb{R}$.

On résout ensuite $-\frac{1}{4}\cos^4 0 + k = 0$, qui est équivalente à $k = \frac{1}{4}$.

Donc, pour tout réel x, $F(x) = -\frac{1}{4}\cos^4 x + \frac{1}{4}$.

c. Pour tout réel x, $f(x) = -\frac{1}{2} \times (-1) \times u'(x) \times u^{-2}(x)$, où $u(x) = 2x^2 + 9$.

Donc les primitives sur $\mathbb{R}$ de f sont les fonctions $-\frac{1}{2}u^{-1}$, soit les fonctions de la forme $x \longmapsto -\frac{1}{2}(2x^2+9)^{-1} + k$, où $k \in \mathbb{R}$.

On résout ensuite $-\frac{1}{2}(2 \times 0^2 + 9)^{-1} + k = 0$, qui est équivalente à $k = \frac{1}{18}$.

Donc, pour tout réel x, $F(x) = -\frac{1}{2}(2x^2+9)^{-1} + \frac{1}{18}$.

d. Pour tout réel x, $f(x) = \frac{1}{2}(1 + \cos(2x))$ donc les primitives sur $\mathbb{R}$ de f sont les fonctions de la forme $x \longmapsto \frac{1}{2}\left(x + \frac{1}{2}\sin(2x)\right) + k$, où $k \in \mathbb{R}$.

On résout ensuite $\frac{1}{2}\left(0 + \frac{1}{2}\sin(2 \times 0)\right) + k = 0$, qui est équivalente à $k = 0$.

Donc, pour tout réel x, $F(x) = \frac{2x + \sin(2x)}{4}$.

e. Pour tout réel x, $f(x) = \frac{1}{2} \times 2x\cos(x^2)$ donc les primitives sur $\mathbb{R}$ de f sont les fonctions de la forme $x \longmapsto \frac{1}{2}\sin(x^2) + k$, où $k \in \mathbb{R}$.

On résout ensuite $\frac{1}{2}\sin(x^2) + k = 0$, qui est équivalente à $k = 0$.

Donc, pour tout réel x, $F(x) = \frac{1}{2}\sin(x^2)$.