75 **1.** Si f est monotone sur [0 ; 10], alors elle est croissante ou décroissante.
Si f est croissante sur [0 ; 10], alors, par exemple, $f(4) \geq f(0)$, ce qui est absurde car $f(0) = 600$ et $f(4) = 472 < 600$.
Si f est décroissante sur [0 ; 10], alors, par exemple, $f(10) \leq f(4)$, ce qui est absurde car $f(4) = 472$ et $f(10) = 1\,120 > 472$.
Donc l'affirmation est **fausse**.

2. La dérivée de $x \longmapsto x^3$ est $x \longmapsto 3x^2$, la dérivée de $x \longmapsto -48x$ est $x \longmapsto -48$ et la dérivée de $x \longmapsto 600$ est la fonction nulle. Donc, pour tout x dans $[0\,;10]$, $f'(x) = 3x^2 - 48$.
Donc l'affirmation est **vraie**.

3. Pour tout x dans $[0\,;10]$, $f'(x) = 3x^2 - 48$.
Or, $f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow x^2 \geq 16 \Leftrightarrow x \geq 4$ car x est positif.
Donc la dérivée de f est négative sur $[0\,;4]$ et positive sur $[4\,;10]$. Donc f est décroissante sur $[0\,;4]$ et croissante sur $[4\,;10]$. Donc $f(4)$ est le minimum (global) de f sur $[0\,;10]$.
Donc, pour tout x dans $[0\,;10], f(x) \geq f(4)$.
Donc l'affirmation est **vraie**.

4. La dérivée de f sur $[0\,;10]$ n'est pas strictement positive. En effet, il existe une valeur de x, par exemple 0, dont l'image par f' est négative : $f'(0) = -48 \leq 0$.
Donc l'affirmation est **fausse**.

5. Pour tout x dans [0 ; 10], $3(x-4)(x+4) = 3(x^2 - 16) = 3x^2 - 48 = f'(x)$.
Donc l'affirmation est **vraie**.

6. On sait que $f(4) = 472$ et que $f'(4) = 0$.
Comme l'équation de la tangente à $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 4 est $y = f'(4)(x-4) + f(4)$, on en déduit que cette tangente a pour équation $y = 476$.
Donc l'affirmation est **vraie**.
Remarque : on peut raisonner aussi directement en affirmant qu'au point d'une courbe de fonction dérivable, dont l'ordonnée est un extremum m de la fonction, la tangente à la courbe est horizontale et a donc pour équation $y = m$.