

76 1. Pour tout q dans $[4 ; 10]$,

$$B(q) = 99q - C(q) = 99q - (q^3 - 48q + 600)$$

$$= 99q - q^3 + 48q - 600 = -q^3 + 147q - 600.$$

2. Pour tout q dans $[4 ; 10]$, $B'(q) = -3q^2 + 147 = -3(q^2 - 49) = -3(q - 7)(q + 7)$.

3. Pour tout q dans $[4 ; 7]$, $q - 7 \leq 0$ et $q + 7 > 0$

donc, sur $[4 ; 7]$, $B : q \mapsto -3(q - 7)(q + 7)$ est positive.

Pour tout q dans $[7 ; 10]$, $q - 7 \geq 0$ et $q + 7 > 0$

donc, sur $[7 ; 10]$, $B : q \mapsto -3(q - 7)(q + 7)$ est négative.

Donc B est croissante sur $[4 ; 7]$ et décroissante sur $[7 ; 10]$.

4. D'après ce qui précède, $B(7)$ est le maximum de B sur $[4 ; 10]$.

$$\text{Or, } B(7) = -7^3 + 147 \times 7 - 600 = -343 + 1\,029 - 600 = 86.$$

Donc le bénéfice est maximal pour 7 000 crayons produits et il est égal à 86 euros.