

168 1. Remarque : Les primitives F sur \mathbb{R} de la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = e^{10x}$ ont pour expression $F(x) = \frac{1}{10}e^{10x} + k, k \in \mathbb{R}$.

Dans cette question, on utilise le résultat suivant : pour toute fonction u dérivable sur \mathbb{R} , $(e^u)' = u'e^u$.

a. F est dérivable sur \mathbb{R} et, pour tout réel x , $F'(x) = 10 \times 10e^{10x} = 100e^{10x} \neq f(x)$: faux (par exemple $f(0) = 1$ et $F(0) = 100$).

b. F est dérivable sur \mathbb{R} et, pour tout réel x , $F'(x) = \frac{1}{10} \times 10e^{10x} + 0 = e^{10x} = f(x)$: vrai.

c. F est dérivable sur \mathbb{R} et, pour tout réel x , $F'(x) = 0,1 \times 10e^{10x} = e^{10x} = f(x)$: vrai.

d. F est dérivable sur \mathbb{R} et, pour tout réel x , $F'(x) = \frac{1}{10} \times 10xe^{5x^2} = xe^{5x^2} \neq f(x)$: faux (par exemple $f(0) = 1$ et $F(0) = 0$).

2. Une primitive F sur \mathbb{R} de la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(t) = e^{-4t+1}$ a pour expression $F(t) = -0,25e^{-4t+1}$.

D'où $\int_0^1 e^{-4t+1} dt = F(1) - F(0) = (-0,25e^{-4+1} + 0,25e^1) = \frac{e^1 - e^{-3}}{4}$.

a. $e^{-3} - e^1$: faux.

b. $0,67$: faux (c'est une valeur approchée).

c. $\frac{e^{-3} - e^1}{4}$: faux (c'est la valeur opposée).

d. $\frac{e^1 - e^{-3}}{4}$: vrai.