Je réactive mes savoirs

26 **1.** L'affirmation est vraie.

Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si $\det(\vec{u}\ ;\vec{v}) = 0$.

$\det(\vec{u}\ ;\vec{v}) = \begin{vmatrix} 2 & x \\ -3 & 9 \end{vmatrix} = 2 \times 9 - (-3) \times x = 18 + 3x.$

Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont donc colinéaires si et seulement si $18 + 3x = 0$, soit $3x = -18$ donc $x = -6$.

2. L'affirmation est fausse.

Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont : $\begin{pmatrix} 5-1 \\ 5-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AC}$ sont $\begin{pmatrix} x-1 \\ y-3 \end{pmatrix}$, donc les coordonnées du vecteur $-2\overrightarrow{AC}$ sont :

$\begin{pmatrix} -2(x-1) \\ -2(y-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2x+2 \\ -2y+6 \end{pmatrix}$.

Deux vecteurs sont égaux si et seulement s'ils ont les mêmes coordonnées.

On aura donc $\overrightarrow{AB} = -2\overrightarrow{AC}$ si seulement si $\begin{cases} -2x+2 = 4 \\ -2y+6 = 2 \end{cases}$.

L'équation $-2x + 2 = 4$ a pour solution $x = -1$ et l'équation $-2y + 6 = 2$ a pour solution $y = 2$.

Les coordonnées du point C doivent donc être $(-1\ ; 2)$.

3. L'affirmation est vraie.

Les points M, N et P sont alignés si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{MP}$ sont colinéaires.

Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{MN}$ sont : $\begin{pmatrix} 2 - 4 \\ -1-(-5) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$.

Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{MP}$ sont : $\begin{pmatrix} 10 - 4 \\ -17-(-5) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -12 \end{pmatrix}$.

Les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{MP}$ sont proportionnelles car $\begin{pmatrix} 6 \\ -12 \end{pmatrix} = -3\begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$.

(On peut aussi calculer $\det(\overrightarrow{MN}\ ;\overrightarrow{MP}) = \begin{vmatrix} -2 & 6 \\ 4 & -12 \end{vmatrix} = (-2) \times (-12) - 4 \times 6 = 24 - 24 = 0$ pour le montrer).

Les vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{MP}$ sont donc colinéaires et les points M, N et P sont bien alignés.