Chapitre 2 Phénomènes aléatoires

A Notre point de vue

1 Les choix faits pour traiter le programme dans ce chapitre

Dans ce chapitre nous traitons les notions de fréquence conditionnelle et de probabilité conditionnelle.

Dans la première partie de la séquence n° 1 nous abordons la notion de fréquence conditionnelle à partir d'un tableau croisé d'effectifs et dans une seconde partie nous définissons la notion de probabilité conditionnelle à partir de celle de fréquence conditionnelle.

La deuxième séquence est consacrée aux notions d'arbre de probabilités et d'indépendance.

Les règles d'utilisation d'un arbre pondéré permettent de mettre en pratique, sans pour autant la donner, la formule des probabilités totales. L'indépendance de deux événements A et B est définie par l'égalité $P(\mathrm{A}) = P_{\mathrm{B}}(\mathrm{A})$ conformément au programme.

2 Les objectifs des activités

La première activité « Des médailles à Tokyo » a pour objectif d'introduire le vocabulaire lié au croisement de deux variables catégorielles : fréquences marginales et conditionnelles. À partir d'un tableau croisé d'effectifs, les notions sont introduites et l'élève réalise les premiers calculs en donnant du sens au vocabulaire défini.

La deuxième activité « Passe ton bac ! » a pour objectif d'introduire la notion de probabilité conditionnelle. Cette notion est définie à partir d'un exemple présenté sous forme d'un tableau croisé d'effectifs.

3 Exercices

Deux pages d'exercices « Pour démarrer » et sept pages d'exercices « Pour s'entraîner » permettent d'aborder les notions du programme de façon progressive.

Les deux pages « Pour Démarrer » sont constituées d'exercices simples visant à la compréhension des notions abordées avec notamment plusieurs exercices de type « Questions flash » qui permettront de travailler également l'oral.

Les sept pages « Pour s'entraîner » sont constituées d'exercices visant à travailler les capacités au programme.

Nous avons traité une très grande partie des exemples de situations et de problèmes proposés dans le programme, ce qui permettra un large choix pour l'enseignant en fonction du profil et du niveau de ses élèves.

- **En sciences de la vie :** tests médicaux : faux positifs et faux négatifs (exercice **20** page 27).
- **En théorie des jeux :** jeu de « croix ou pile » de d'Alembert (exercice **43** page 32) ; jeu de pierre-feuille (exercice n° **41** page 32) ; ciseaux jeu du lièvre et de la tortue (exercice **29** page 29) ; Stratégie gagnante au jeu de Monty Hall (exercice **44** page 32).

- **Histoire des mathématiques :** traduction en langage des probabilités de la correspondance épistolaire entre Fermat et Pascal à propos du problème des partis (exercice **42** page 32).

L'exercice proposé sur le problème de Monty Hall pourra être l'occasion d'un travail en groupe et d'un exposé oral.

En fin de chapitre, une page est consacrée aux automatismes.

B Activités

Activité 1 Des médailles à Tokyo

1. Nombre de médailles remportées :
- par les États-Unis : 73.
- par l'Allemagne : 37.
- par le Japon : 58.
- par la France : 33.

2. Nombre de médailles d'or : 83
Nombre de médailles d'argent : 41.
Nombre de médailles de bronze : 77.

3. Nombre total de médailles remportées par ces quatre pays : 201.

4. Fréquence des médailles remportées par les États-Unis par rapport au nombre total de médailles remportées par ces quatre pays : $\frac{73}{201} \approx 0{,}36$ à 10^{-2} près.

5. Fréquence des médailles d'argent remportées par la France par rapport au nombre total de médailles remportées par ce pays : $\frac{12}{33} \approx 0{,}36$ à 10^{-2} près.

Activité 2 Passe ton bac !

1. a. Le nombre d'issues de l'événement T est 45.

b. Comme on est en situation d'équiprobabilité, on a :
$P(\mathrm{T}) = \frac{\text{nombre d'issues de T}}{\text{nombre total d'issues}} = \frac{45}{150} = 0{,}3.$

2. L'événement F ∩ T est l'événement « L'élève choisi est une fille de la filière technologique ».

On a $P(\mathrm{F} \cap \mathrm{T}) = \frac{9}{150} = 0{,}06.$

3. a. Lorsque l'on choisit un élève de la filière technologique, la probabilité que ce soit une fille est : $\frac{9}{45} = 0{,}2.$

b. $\frac{P(\mathrm{F} \cap \mathrm{T})}{P(T)} = \frac{0{,}06}{0{,}3} = 0{,}2$. On constate que $P_{\mathrm{T}}(\mathrm{F}) = \frac{P(\mathrm{F} \cap \mathrm{T})}{P(\mathrm{T})}$.

C Exercices

Pour démarrer

1 **1. a.** L'effectif total des jetons est 100.
b. L'effectif marginal des jetons carrés est 40.
c. La fréquence marginale des jetons carrés est 0,4.
2. a. Il y a 60 jetons triangulaires.
b. Il y a 40 jetons triangulaires verts.
c. $\frac{40}{60} = \frac{2}{3}$.

2 **1.a.** Effectif total : 200.
b. Effectif marginal des filles : 120.
c. Fréquence marginale des filles : $\frac{120}{200} = 0{,}6$.
2. a. Effectif des internes : 40.
b. Il y a 20 filles parmi les internes.
c. Fréquence conditionnelle des filles parmi les internes : $\frac{20}{40} = 0{,}5$.
3.a. Nombre de demi-pensionnaires : 100.
Nombre de garçons demi-pensionnaires : 40.
b. Fréquence conditionnelle des garçons parmi les demi-pensionnaires : $\frac{40}{100} = 0{,}4$.

3 **1.** Nombre de clients possédant un PEL : $2\,500 \times 0{,}42 = 1\,050$.
2. Nombre de clients possédant un CEL : $2\,500 \times 0{,}25 = 625$.
3. a. Nombre de clients possédant à la fois un PEL et un CEL : $625 \times 0{,}52 = 325$.
b.

	Titulaire d'un PEL	Non-titulaire d'un PEL	Total
Titulaire d'un CEL	325	300	625
Non-titulaire d'un CEL	725	1 150	1875
Total	1 050	1 450	2 500

4 **1.** Nombre d'adhérents ayant choisi le volley-ball : $240 \times 0{,}3 = 72$.
2. Nombre d'adhérents demi-pensionnaires ayant choisi la natation : $240 \times 0{,}25 = 60$.
3. Nombre d'adhérents demi-pensionnaires ayant choisi le volley-ball : $72 \times 0{,}375 = 27$.

4.

	Basket-ball	Volley-ball	Natation	Total
Demi-pensionnaires	43	27	60	130
Externes	23	45	42	110
Total	66	72	102	240

5 **1.** Faux cette probabilité se note $P_{\mathrm{B}}(\mathrm{A})$.

2. Faux. $P_{\mathrm{A}}(\mathrm{B}) = \frac{\text{nombre d'éléments de A} \cap \text{B}}{\text{nombre d'éléments de A}}$.

6 **1. a.** Il y a cinq poivrons jaunes.

b. Il y a un poivron jaune provenant de France.

c. $P_{\mathrm{J}}(\mathrm{F}) = \frac{1}{5}$.

2. a. Il y a trois poivrons provenant de France.

b. $P_{\mathrm{F}}(\mathrm{J}) = \frac{1}{3}$.

7 **1. a.** Il y a 70 issues qui réalisent l'événement H.

b. L'événement H ∩ J a 28 éléments.

c. $P_{\mathrm{H}}(\mathrm{J}) = \frac{28}{70} = 0{,}4$.

2. a. Il y a 54 issues qui réalisent J.

b. $\overline{\mathrm{H}}$ est l'événement « la personne choisie est une femme ». Il y a 26 issues qui réalisent l'événement $\overline{\mathrm{H}} \cap \mathrm{J}$.

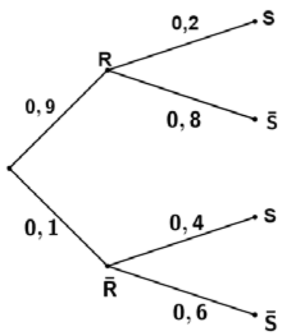
c. $P_{\mathrm{J}}\left(\overline{\mathrm{H}}\right) = \frac{26}{54} = \frac{13}{27}$.

8 **1.** $P(\mathrm{A}) = 0{,}75$.

2. $P_{\mathrm{A}}(\mathrm{B}) = 0{,}3$.

3. $P\left(\overline{\mathrm{A}}\right) = 0{,}25$; $P_{\overline{\mathrm{A}}}(\mathrm{B}) = 0{,}8$; $P_{\overline{\mathrm{A}}}\left(\overline{\mathrm{B}}\right) = 0{,}2$ et $P_{\mathrm{A}}\left(\overline{\mathrm{B}}\right) = 0{,}7$.

9 **1.**



2. $P(\overline{\mathrm{R}}) = 1 - P(\mathrm{R}) = 1 - 0{,}9 = 0{,}1$.

3. Voir l'arbre ci-dessus. On utilise la règle selon laquelle la somme des probabilités inscrites sur les branches issues d'un même nœud est égale à 1.

10 **1. a.** Les deux probabilités inscrites sur ce chemin sont 0,3 et 0,1 soit $P(\mathrm{A})$ et $P_{\mathrm{A}}(\mathrm{C})$.

b. $P(\mathrm{A} \cap \mathrm{C}) = 0{,}3 \times 0{,}1 = 0{,}03$.

2. $P(\mathrm{B} \cap \mathrm{C}) = 0{,}7 \times 0{,}4 = 0{,}28$.

3. $P(\mathrm{C})$ est égale à la somme des probabilités des chemins menant à C soit :
$P(\mathrm{C}) = P(\mathrm{A} \cap \mathrm{C}) + P(\mathrm{B} \cap \mathrm{C}) = 0{,}03 + 0{,}28 = 0{,}31$.

11 **1.** Réponses **a** et **d**.

2. Réponse **b**.

12 **1.** $P(\mathrm{A_1 B_1}) = 0{,}7 \times 0{,}2 = 0{,}14$.

2. $P(\mathrm{A_2 B_1}) = 0{,}3 \times 0{,}2 = 0{,}06$ et $P(\mathrm{A_2 B_3}) = 0{,}3 \times 0{,}5 = 0{,}15$.

Pour s'entraîner

13 $250 \times 20\ \% = 50$ et $250 \times 40\ \% = 100$.

$250 \times 60\ \% = 150$; $\frac{100}{2} = 50$ et $100 \times 75\ \% = 75$.

Les autres valeurs sont déterminées par des sommes et des différences.

	Collier	Bracelet	Boucles d'oreilles	Total
argenté	50	75	25	150
doré	50	25	25	100
Total	100	100	50	**250**

14 $1\,200 \times 56\,\% = 672$; $\frac{324}{3} = 108$.

	Hiver	Été	Autre	Total
Séjour court	324	156	32	512
Séjour long	108	516	64	688
Total	432	672	96	1 200

15 **1.** Fréquence marginale des enfants ne présentant aucun trouble : $\frac{1\,144}{1\,300} = 0{,}88$.

2. Fréquence conditionnelle des filles parmi les enfants présentant des symptômes asthmatiques : $\frac{27}{77} \approx 0{,}351$ à 0,001 près.

3. Fréquence des garçons présentant des symptômes asthmatiques :
$\frac{50}{1\,300} \approx 0{,}038$ à 0,001 près.

16 **1.** Vrai. Fréquence marginale de véhicules neufs en Normandie immatriculés dans le département du Calvados : $\frac{24\,958}{126\,541} \approx 0{,}197$ à 0,001 près.

2. Faux. Fréquence conditionnelle des immatriculations de véhicules particuliers dans l'Eure parmi les immatriculations de véhicules particuliers en Normandie :
$\frac{12\,773}{98\,763} \approx 0{,}129$ à 0,001 près.

3. Faux. Fréquence des véhicules utilitaires légers immatriculés dans l'Orne parmi les véhicules utilitaires légers neufs immatriculés dans la région de Normandie :
$\frac{2\,308}{24\,526} \approx 0{,}094$ à 0,001 près.

4. Faux. Fréquence des immatriculations de véhicules industriels à moteurs et de transports en commun parmi les immatriculations de véhicules neuf en Normandie :
$\frac{3\,252}{126\,541} \approx 0{,}0257$ à 0,001 près soit environ 2,57 %.

5. Vrai. Proportion des immatriculations de véhicules particuliers parmi les immatriculations de voitures neuves dans le département de l'Eure : $\frac{12\,773}{16\,233} \approx 78{,}7\,\%$ à 0,1 % près.

Proportion des immatriculations de véhicules particuliers parmi les immatriculations de voitures neuves dans le département du Calvados : $\frac{18\,549}{24\,958} \approx 74{,}3\,\%$ à 0,1 % près.

17 **1.** =B2/D2

2. a.

	Femmes	Hommes	Total	Proportion des femmes
Philosophie	1615	2 548	4 163	0,39
Lettres	44891	11 647	56 538	0,79
Langues	47508	9 731	57 239	0,83
Histoire-géographie	14748	14 631	29 379	0,50
SES	2094	2 144	4 238	0,49
Mathématiques	20215	25 211	45 426	0,45
Physique-chimie	9267	12 386	21 653	0,43
Biologie-géologie	11319	6 015	17 334	0,65
Éducation musicale	3603	2 889	6 492	0,56
Arts plastiques	4557	2 047	6 604	0,69
ÉPS	12878	17 494	30 372	0,42
Total	172695	106743	279438	0,62

b. On constate de la répartition des femmes n'est pas homogène : il y a de grandes différences suivant les disciplines.

3. Proportion des professeurs de mathématiques chez les enseignantes du second degré des disciplines générales dans l'enseignement public : $\frac{20\,215}{172\,695} \approx 11{,}7\ \%$ à 0,1 % près.

18 **1.** Fréquence marginale des chômeurs de moins de 25 ans : $\frac{490}{2\,238} \approx 0{,}219$ à 0,001 près.

2. Fréquence des femmes de plus de 49 ans parmi les chômeurs : $\frac{257}{2\,238} \approx 0{,}115$ à 0,001 près.

3. Proportion des femmes de plus de 49 ans parmi les femmes chômeurs :
$\frac{257}{1\,071} \approx 0{,}240$ à 0,001 près.

4. Proportion des femmes parmi les chômeurs de plus de 49 ans : $\frac{257}{543} \approx 0{,}473$ à 0,001 près.

19 **1.** $200 \times 3\ \% = 6$ et $200 \times 8\ \% = 16$.

Smartphones	touchés par l'obsolescence logicielle	non touchés par l'obsolescence logicielle	Total
touchés par l'obsolescence technique	2	4	6
non touchés par l'obsolescence technique	14	180	194
Total	16	184	200

2. On est en situation d'équiprobabilité.

a. D'après l'énoncé, $P(\mathrm{T}) = 3\ \% = 0{,}03$ donc $P\left(\overline{\mathrm{T}}\right) = 0{,}97$.

b. $P_{\mathrm{T}}(\mathrm{L}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

c. $P_{\overline{\mathrm{L}}}(\mathrm{T}) = \frac{4}{184} = \frac{1}{46}$.

20 **1.** $30\,000 \times 3\,\% = 900$.

$29\,100 \times 2\,\% = 582$.

	Malade	Bien-portant	Total
Test positif	851	582	1 433
Test négatif	49	28 518	28 567
Total	900	29 100	30 000

2. On est en situation d'équiprobabilité.

a. L'événement T ∩ M est l'événement : « l'individu choisi est malade et a un test positif ».

$P(\mathrm{T} \cap \mathrm{M}) = \frac{851}{30\,000}$.

b. $P_{\mathrm{M}}(\mathrm{T}) = \frac{851}{900} \approx 0{,}946$ à 0,001 près.

c. $P_{\mathrm{T}}(\mathrm{M}) = \frac{851}{1\,433} \approx 0{,}594$ à 0,001 près.

21 On est en situation d'équiprobabilité.

1. $P(\mathrm{F}) = \frac{7\,045}{12\,183} \approx 0{,}578$ à 0,001 près et $P(\mathrm{M}) = \frac{3\,608}{12\,183} \approx 0{,}296$ à 0,001 près.

2. $P(\mathrm{F} \cap \mathrm{M}) = \frac{2\,002}{12\,183} \approx 0{,}164$ à 0,001 près.

Environ 16,4 % des salariés travaillent dans une PME française.

3. $P_{\mathrm{M}}(\mathrm{F}) = \frac{2\,002}{3\,608} \approx 0{,}555$ à 0,001 près.

Parmi les salariés de PME, environ 55,5 % travaillent pour un groupe français.

4. $P_{\mathrm{F}}(\mathrm{M}) = \frac{2\,002}{7\,045} \approx 0{,}284$ à 0,001 près.

Parmi les salariés travaillant pour un groupe français, environ 28,4 % travaillent pour une PME.

22 **1.** $300 \times 35\,\% = 105$; $300 \times 30\,\% = 90$; $300 \times 10\,\% = 30$ et $30 \times 60\,\% = 18$.

	Natation	Escalade	VTT	Total
Fille	63	12	30	105
Garçon	117	18	60	195
Total	180	30	90	300

2. Fréquence des filles parmi les adhérents pratiquant le VTT :

$\frac{30}{90} = \frac{1}{3}$ soit 33,33 % à 0,01 % près.

3. On est en situation d'équiprobabilité.

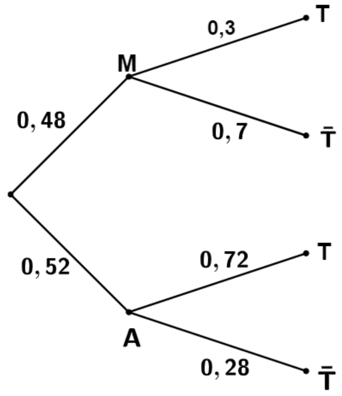
a. $P(\mathrm{V}) = 0{,}3$ d'après l'énoncé.

b. $P_{\mathrm{F}}(\mathrm{E}) = \frac{12}{105} = \frac{4}{35}$.

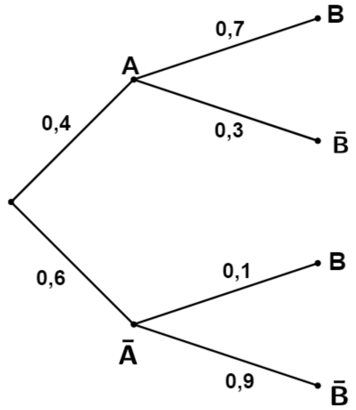
c. $P_{\mathrm{N}}(\overline{\mathrm{F}}) = \frac{117}{180} = \frac{13}{20} = 0{,}65$.

23 **1.** $P(\mathrm{M}) = 0{,}48$; $P_{\mathrm{M}}(\mathrm{T}) = 0{,}3$; $P_{\mathrm{A}}(\mathrm{T}) = 0{,}72$.

2.

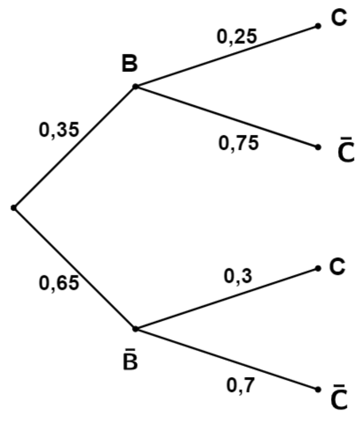


24



25 **1.** $P(\mathrm{B}) = 0{,}35$; $P_{\mathrm{B}}(\mathrm{C}) = 0{,}25$ et $P_{\overline{\mathrm{B}}}(\overline{\mathrm{C}}) = 0{,}7$.

2.

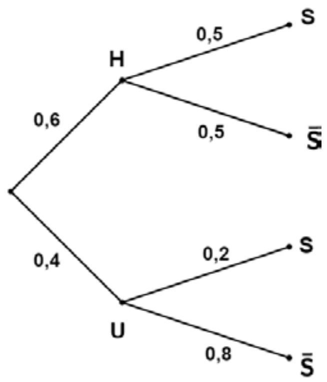


3. $P_{\mathrm{B}}(\overline{\mathrm{C}}) = 0{,}75$ et $P_{\overline{\mathrm{B}}}(\mathrm{C}) = 0{,}3$.

26 **1.** $P(\mathrm{H}) = 0{,}6$ et $P_{\mathrm{H}}(\mathrm{S}) = 0{,}5$.

2. $P(\mathrm{U}) = 1 - P(\mathrm{H}) = 0{,}4$.

3.



4. $P(\mathrm{U} \cap \mathrm{S}) = 0{,}4 \times 0{,}2 = 0{,}08$.

5. $P(\mathrm{H} \cap \mathrm{S}) = 0{,}6 \times 0{,}5 = 0{,}3$.

6. $P(\mathrm{S}) = P(\mathrm{U} \cap \mathrm{S}) + P(\mathrm{H} \cap \mathrm{S}) = 0{,}38$.

27 **1.** $P(\mathrm{P}) = 0{,}33$ et $P_{\mathrm{M}}(\overline{\mathrm{A}}) = 0{,}24$.

2. $P(\mathrm{M} \cap \mathrm{A}) = 0{,}67 \times 0{,}76 = 0{,}5092$.

3. $P(\mathrm{P} \cap \mathrm{A}) = 0{,}33 \times 0{,}15 = 0{,}0495$.

4. $P(\mathrm{A}) = P(\mathrm{M} \cap \mathrm{A}) + P(\mathrm{P} \cap \mathrm{A}) = 0{,}5587$.

28 **1.** Réponse **c**.

$P_{\mathrm{J}}(\overline{\mathrm{T}}) = 0{,}2$.

2. Réponse **c**.

$P(\mathrm{S} \cap \mathrm{T}) = 0{,}35 \times 0{,}6 = 0{,}21$.

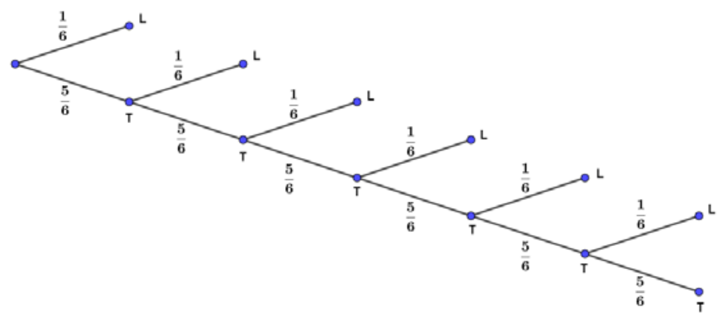
3. Réponse **d**.

$P(\mathrm{T}) = P(\mathrm{J} \cap \mathrm{T}) + P(\mathrm{M} \cap \mathrm{T}) + P(\mathrm{S} \cap \mathrm{T}) = 0{,}25 \times 0{,}8 + 0{,}4 \times 0{,}7 + 0{,}21 = 0{,}69$.

29 **1.** On lancera au plus six fois le dé.

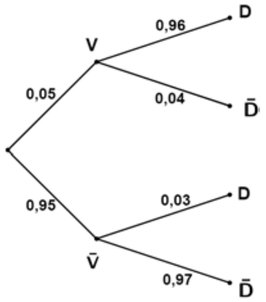
2. Au premier lancer, la probabilité que le lièvre gagne est $\frac{1}{6}$.

3.



4. La probabilité que la tortue gagne la partie est $\left(\frac{5}{6}\right)^6 \approx 0{,}335$ à 0,001 près.

30 **1.** D'après l'énoncé : $P(\mathrm{V}) = 0{,}05$; $P_{\mathrm{V}}(\mathrm{D}) = 0{,}96$ et $P_{\overline{\mathrm{V}}}(\mathrm{D}) = 0{,}03$.



2. a. $P(\mathrm{V} \cap \mathrm{D}) = 0{,}05 \times 0{,}96 = 0{,}048$.

b. $P\left(\overline{\mathrm{V}} \cap \mathrm{D}\right) = 0{,}95 \times 0{,}03 = 0{,}0285$.

3. $P(\mathrm{D}) = P(\mathrm{V} \cap \mathrm{D}) + P\left(\overline{\mathrm{V}} \cap \mathrm{D}\right) = 0{,}0765$.

4. $P_{\mathrm{D}}(\mathrm{V}) = \frac{P(\mathrm{V} \cap \mathrm{D})}{P(\mathrm{D})} = \frac{0{,}048}{0{,}0765} \approx 0{,}627$ à 0,001 près.

31 On est en situation d'équiprobabilité.

1. $P(\mathrm{A}) = \frac{30}{150} = 0{,}2$. $\qquad P_{\mathrm{C}}(\mathrm{A}) = \frac{20}{60} = \frac{1}{3}$.

2. $P_{\mathrm{C}}(\mathrm{A}) \neq P(\mathrm{A})$ donc A et C ne sont pas indépendants.

32 On est en situation d'équiprobabilité.

1. $P(\mathrm{S}) = \frac{1\,100}{2\,500} = 0{,}44$ et $P_{\mathrm{B}}(\mathrm{S}) = \frac{440}{1\,000} = 0{,}44$. S et B sont indépendants.

2. $P_{\mathrm{V}}(\mathrm{S}) = \frac{310}{600} \approx 0{,}51$ à 0,01 près. S et V ne sont pas indépendants.

33 **1.** Vrai. $P(\mathrm{B}) = 0{,}5$ et $P_{\mathrm{A}}(\mathrm{B}) = 0{,}5$ donc A et B sont indépendants.

2. Vrai. $P(\mathrm{C}) = 1 - 0{,}5^2 = 0{,}75$.

3. Faux car $P_{\mathrm{A}}(\mathrm{C}) = 1$.

34 **1.** $P(\mathrm{F}) = 0{,}75$ et $P(\mathrm{C}) = 0{,}96$.

2. « 96 % des individus, quel que soit leur sexe, sont porteurs du phénotype "colourpoint" ».

3. $P(\mathrm{F} \cap \mathrm{C}) = P(\mathrm{F}) \times P_{\mathrm{F}}(\mathrm{C}) = 0{,}75 \times 0{,}96 = 0{,}72$.

4. $P_{\mathrm{C}}(\mathrm{F}) = P(\mathrm{F}) = 0{,}75$.

35 **1.** $P_{\mathrm{C}}(\mathrm{F}) = P(\mathrm{F}) = 0{,}05$.

2. C ∩ F est l'événement « Le vélo a un pneu crevé et freine mal ».

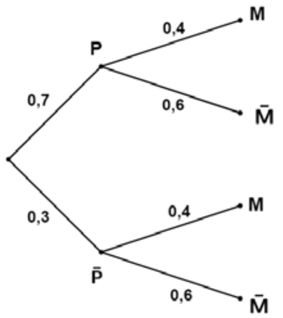
$P(\mathrm{C} \cap \mathrm{F}) = P(\mathrm{C}) \times P_{\mathrm{C}}(\mathrm{F}) = 0{,}03 \times 0{,}05 = 0{,}0015$.

3. a. $P(\mathrm{C} \cup \mathrm{F}) = P(\mathrm{C}) + P(\mathrm{F}) - P(\mathrm{C} \cap \mathrm{F})$.

b. $P(\mathrm{C} \cup \mathrm{F}) = 0{,}03 + 0{,}05 - 0{,}0015 = 0{,}0785$.

4. $1 - P(\mathrm{C} \cup \mathrm{F}) = 1 - 0{,}0785 = 0{,}9215$.

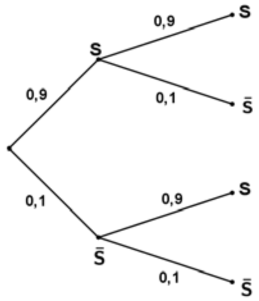
36 **1.**



2. On calcule la probabilité de l'issue $\overline{\mathrm{P}}\,\overline{\mathrm{M}}$. $P(\overline{\mathrm{P}}\,\overline{\mathrm{M}}) = 0{,}3 \times 0{,}6 = 0{,}18$

3. $1 - 0{,}18 = 0{,}82$.

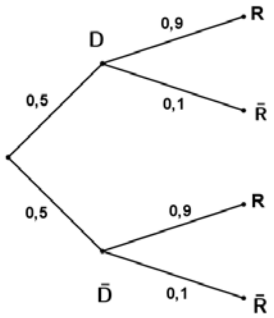
37 **1.**



2. Il s'agit de l'événement $\mathrm{A} = \{\overline{\mathrm{S}}\mathrm{S}\,;\mathrm{S}\overline{\mathrm{S}}\}$.

$P(\mathrm{A}) = 0{,}1 \times 0{,}9 + 0{,}9 \times 0{,}1 = 0{,}18$.

38 **1.**



2. $P(\overline{\mathrm{D}}\mathrm{R}) = 0{,}5 \times 0{,}9 = 0{,}45$.

39 **1.** =ALEA.ENTRE.BORNES(1;6)

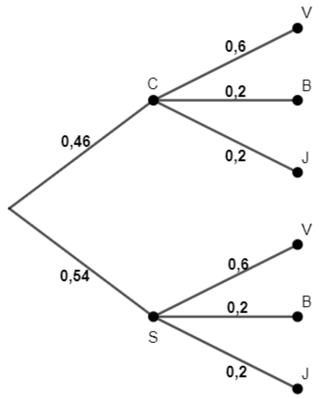
2. Formule **b**.

3. =D1/100

4. La loi des grands nombres permet d'affirmer que la fréquence d'apparition de la face 1 se rapprochera de $\frac{1}{6}$ si le nombre de simulations devient très grand.

40 **1.** Probabilité qu'Ayoub prenne un tube de peinture verte : $\frac{3}{5} = 0{,}6$.

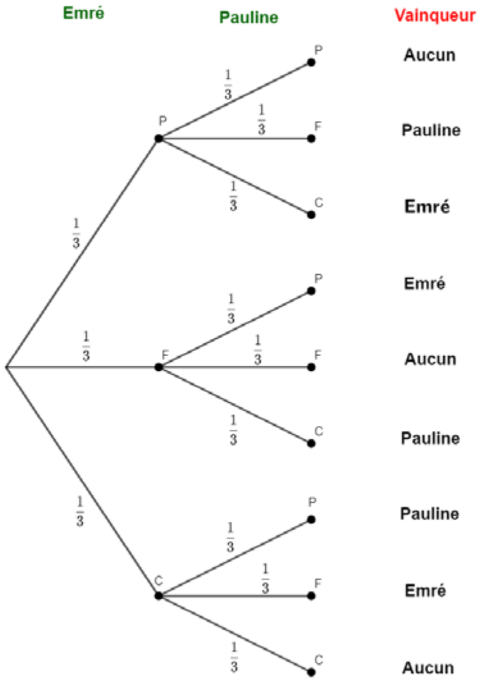
2.



3. a. $P(\text{A}) = 0{,}46 \times 0{,}6 = 0{,}276$.

b. $P(\text{B}) = 0{,}54 \times 0{,}2 = 0{,}108$.

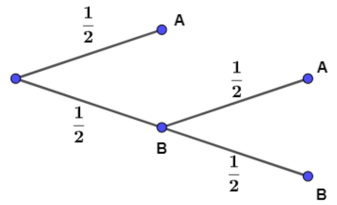
41 **1.**



2. Probabilité qu'Emré gagne la partie : $P(\{\text{PC} \,;\, \text{FP} \,;\, \text{CF}\}) = 3 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$.

3. Probabilité qu'il y ait match nul : $P(\{\text{PP} \,;\, \text{FF} \,;\, \text{CC}\}) = 3 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$.

42 **1.**



2. A gagne les 64 pistoles dans deux situations.

Cas 1 : A marque au premier coup fictif.

Cas 2 : B marque au premier coup fictif et A marque au deuxième coup fictif.

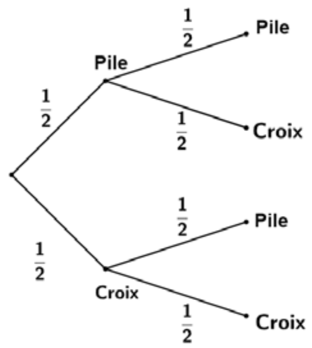
La probabilité que A gagne les 64 pistoles est donc $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{4}$.

3. La probabilité que B gagne les 64 pistoles est $\frac{1}{4}$.

On vérifie que le tableau suivant est un tableau de proportionnalité :

Gain	48	16
Probabilité de gagner la partie	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$

43 **1.**



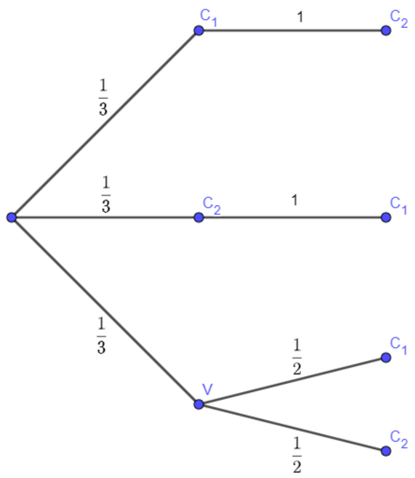
2. Soit A l'événement « obtenir au moins une fois CROIX ».

$P(\overline{A})=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$ donc $P(A)=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$.

3. L'erreur de d'Alembert est de considérer que les événements qu'il énonce sont équiprobables ce qui n'est pas le cas puisque la probabilité d'obtenir CROIX au premier lancer est $\frac{1}{2}$, la probabilité d'obtenir PILE puis CROIX est $\frac{1}{4}$ et la probabilité d'obtenir PILE puis PILE est aussi $\frac{1}{4}$.

44 Notons V, C_1 et C_2 les portes ouvrant respectivement sur la voiture, la première chèvre et la seconde chèvre. On peut représenter la situation juste avant le choix définitif du candidat par un arbre pondéré :

Choix du candidat **Porte ouverte par le présentateur**



On note C_1V l'issue correspondant au cas où le candidat a choisi la porte C_1 en première intention et le présentateur a ouvert la porte C_2, il reste donc la porte V.

Les autres issues sont C_2V ; VC_1 et VC_2.

Les quatre issues n'ont pas la même probabilité :

$P(C_1V) = \frac{1}{3} \times 1 = \frac{1}{3}$; $P(C_2V) = \frac{1}{3} \times 1 = \frac{1}{3}$; $P(VC_1) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$ et $P(VC_2) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$.

On note G l'événement « le candidat gagne la voiture ».

Premier cas : Le joueur change son choix.

On a $G = \{C_1V ; C_2V\}$ et $P(G) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.

Deuxième cas : Le joueur ne change pas son choix.

On a $G = \{VC_1 ; VC_2\}$ et $P(G) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$.

Conclusion : Le candidat a plus de chance de gagner la voiture en changeant de porte.

Automatismes

45 **1.** Sur l'axe des abscisses on a représenté la vitesse du vent, l'unité utilisée est le mètre par seconde.

Sur l'axe des ordonnées on a représenté la puissance fournie par l'éolienne, l'unité est le kilowatt.

2. Sur l'axe des abscisses, l'écart entre deux graduations correspond à 5 m/s.

Sur l'axe des ordonnées, l'écart entre deux graduations correspond à 100 kW.

46 **1.** 600 kW.

2. Environ 4 m/s.

3. 15 m/s et 20 m/s.

4. 10 m/s.

47 **1.** Le chiffre d'affaires augmente entre 1990 et 2000 puis diminue à partir de 2000.

2. Entre 1990 et 2005 la croissance du chiffre d'affaires de l'entreprise Alpha ralentit et entre 2005 et 2020 la croissance de ce chiffre d'affaires accélère.

3. L'affirmation est exacte : on peut observer que le chiffre d'affaires de l'entreprise Gamma double tous les dix ans.

48 $A = 8 \times 2{,}5 = 8 \times 2 + 8 \times 0{,}5 = 16 + 4 = 20$.

$B = 6 + 11 - 1 = 6 + (11 - 1) = 6 + 10 = 16$.

49 **1.** Réponses **b** et **c**.

2. Réponses **a** et **b**.

50 **1.** $A = 47\% = 0{,}47 = \frac{47}{100}$.

$B = 0{,}02\ \% = 0{,}0002 = \frac{1}{5\,000}$.

$C = 154\ \% = 1{,}54 = \frac{77}{50}$.

2. $\frac{74}{5} = 14{,}8 = 1\,480\ \%$.

51 **1.** Un ordre de grandeur de 59,7 m est 60 m et un ordre de grandeur de 31,2 m est 30 m. Comme $60 \times 30 = 1\,800$, un ordre de grandeur de la superficie du terrain est 1800 m². L'information indiquée semble cohérente.

52 **1.** Faux : $L = 24$ et $f = 26$ donc $V = \frac{1}{4} \times 24 \times (3 \times 26 - 4) = 8 \times 74 = 592$.

2. Vrai : $L = 16$ et $f = 15$ donc $V = \frac{1}{4} \times 16 \times (3 \times 15 - 4) = 4 \times 41 = 164$.

53 **1. a.** L'équation $x = 1$ a pour solutions 1 et – 1.

b. L'équation $x^2 = -4$ n'a pas de solution car – 4 est strictement négatif.

c. L'équation $x^2 = 121$ a pour solutions 11 et – 11.

54 **1. a.** $2x + 3 = -6x + 1$ équivaut à $8x = -2$ donc à $x = -\frac{2}{8} = -\frac{1}{4}$.

b. $-x + 3 = 5x + 15$ équivaut à $-6x = 12$ donc à $x = \frac{12}{-6} = -2$.