# Chapitre 3 Croissance linéaire

## A Notre point de vue

### 1 Les choix faits pour traiter le programme dans ce chapitre

Dans ce chapitre nous traitons la notion de croissance linéaire.

Nous avons fait le choix d'aborder le cas de la croissance linéaire continue dès la première séquence afin de remobiliser les connaissances acquises sur les fonctions affines dans les classes antérieures.

Dans la deuxième séquence nous abordons la notion de suites numériques et plus particulièrement celle des suites arithmétiques permettant de modéliser les grandeurs discrètes dont l'évolution linéaire.

### 2 Les objectifs des activités

La première activité « Je roule en électrique » a pour objectif de revoir la notion de fonction affine déjà rencontrée au collège et en classe de Seconde, ainsi que la notion de sens de variation d'une telle fonction.

La seconde activité permet d'introduire la notion de suite arithmétique et d'établir dans un cas particulier l'expression du terme général d'une telle suite.

### 3 Exercices

Deux pages d'exercices « Pour démarrer » et sept pages d'exercices « Pour s'entraîner » permettent d'aborder les notions du programme de façon progressive.

Les deux pages « Pour Démarrer » sont constituées d'exercices simples visant à la compréhension des notions abordées avec notamment plusieurs exercices de type « Questions flash » qui permettront de travailler également l'oral.

Les sept pages « Pour s'entraîner » sont constituées d'exercices visant à travailler les capacités au programme.

Nous avons traité tous les exemples de situations et de problèmes proposés dans le programme, ce qui permettra un large choix pour l'enseignant en fonction du profil et du niveau de ses élèves.

- **Physique :** correspondance entre degrés Celsius et Fahrenheit (exercice **50** page 42)
- **Économie :** modélisation de l'offre et de la demande par des fonctions affines, point d'équilibre (exercice **51** page 42).
- **Enseignement moral et civique :** modélisation du barème de l'impôt sur le revenu par une fonction affine par morceaux (taux marginal, taux moyen) (exercice **52** page 43).
- **Sciences de la Terre** : modèle linéaire de l'évolution du niveau moyen des océans (exercice **49** page 42).

- **Éducation économique, financière et budgétaire :** placement à intérêts simples (exercice **79** page 45), croissance d'un poste budgétaire (exercice **81** page 46).
- **Dénombrement :** motifs géométriques évolutifs (exercices **83** et **84** page 46).

# B Activités

## Activité 1 Je roule en électrique

**1. a.** $c(700)$ est le coût total mensuel exprimé en euros pour 700 kilomètres parcourus donc $c(700) = 89 + 0{,}03 \times 700 = 110$.

$c(1\,200)$ est le coût total mensuel exprimé en euros pour 1 200 kilomètres parcourus donc $c(1\,200) = 89 + 0{,}03 \times 1\,200 = 125$.

**b.** Lorsque le nombre $x$ de kilomètres parcourus augmente, le coût total mensuel $c(x)$ augmente. La fonction $c$ est donc croissante sur $[0\,;+\infty[$.

**c.** On a $c(x) = 89 + 0{,}03x = 0{,}03x + 89$ pour tout réel $x$ de $[0\,;+\infty[$.
La fonction $c$ est donc une fonction affine.

**d.** La fonction $c$ est une fonction affine et le coefficient de $x$ dans l'expression $c(x)$ est positif puisqu'il est égal à 0,03. On en déduit que $c$ est croissante sur $[0\,;+\infty[$.

**2. a.** L'énergie stockée dans la batterie lorsqu'elle a été complètement chargée est $k(0)$ soit 42 kWh.

**b.** La fonction $k$ est une fonction affine.

**c.** Le coefficient de $x$ dans l'expression $k(x)$ est – 0,15.
Ce nombre étant négatif, on en déduit que la fonction affine $k$ est décroissante.

En roulant la voiture consomme de l'énergie, donc la batterie se décharge : lorsque le nombre $x$ de kilomètres parcourus augmente l'énergie disponible dans la batterie diminue.

**d.** On résout l'inéquation $k(x) \geq 0$.
Cette inéquation équivaut à $42 - 0{,}15x \geq 0$ soit à $x \leq \frac{42}{0{,}15}$ c'est-à-dire à $x \leq 280$.

Dans les conditions énoncées, Nejma pourra parcourir 280 kilomètres.

## Activité 2 Un abonnement au cinéma

**1.** $u(2) = 52$ et $u(3) = 58$.

**2.** $u(12) - u(11) = 6$ et $u(13) - u(12) = 6$.

**3.** $u(n + 1) = u(n) + 6$.

**4. a.** Pour 19 places de cinéma, Margaux paiera 114 euros.

**b.** Pour $n$ places de cinéma, Margaux paiera $6n$ euros.

**5.** $u(n) = 40 + 6n$.

# C Exercices

## Pour démarrer

**1** **1.** Le taux d'accroissement *m* de *f* est 2.

**2.** *m* est positif.

**3.** Comme le taux d'accroissement de la fonction affine *f* est positif, cette fonction est croissante.

**2** Si *g* est décroissante, son taux d'accroissement *m* est négatif.

**3** **1.** $\frac{f(11)-f(8)}{11-8} = 3$.

**2.** $f(0) = 9$.

**4** **1.** Faux. Le coefficient directeur de la droite $\mathcal{D}$ est le taux d'accroissement de la fonction affine *f* donc il est égal à – 2.

**2.** Faux. $f(0) = 3$ donc $f(0) \neq 0$. La droite $\mathcal{D}$ ne passe pas par l'origine du repère.

**3.** Vrai car $f(1) = 1$.

**5** **1. a.** Le coefficient de *x* dans l'expression *f*(*x*) est $\frac{1}{2}$.

Comme $\frac{1}{2}$ est positif, la fonction affine *f* est croissante.

**b.** Le coefficient de *x* dans l'expression *g*(*x*) est $-2$.

Comme $-2$ est négatif, la fonction affine *g* est décroissante.

**2.** la fonction *h* est constante.

**3.** La droite $d_1$ représente la fonction *h*.
La droite $d_2$ représente la fonction *f*.

La droite $d_3$ représente la fonction *g*.

**6** **1. a.** $f(2) = 1$ et $f(6) = -1$.

**b.** $m = \frac{f(6)-f(2)}{6-2} = \frac{-1-1}{4} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$.

**2.** L'ordonnée à l'origine de la droite $\mathcal{D}$ est 2.

**3.** La droite $\mathcal{D}$ a pour équation réduite $y = -\frac{1}{2}x + 2$.

**7** **1.** L'équation $f(x) = 0$ a pour unique solution 4.

**2.**

| ***x*** | $-\infty$ | | 4 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| ***f* (*x*)** | | + | 0 | – | |

**8** **1.** $g(x) = 0$ équivaut à $3x - 6 = 0$ donc à $3x = 6$ soit à $x = 2$.

**2.** Le taux d'accroissement de la fonction $g$ est égal à 3, ce taux d'accroissement est donc positif.

**3.**

| $x$ | $-\infty$ | 2 | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | – | 0 | + |

**9** **1.** Réponse **a.** $V(t) = 20t$.

**2.** Réponse **c.** $p(x) = 0{,}8x + 2{,}5$.

**10** **1.** Le coefficient multiplicateur associé à une augmentation de 2 % est 1,02.

**2.** $p(x) = 1{,}02x$.

**11** Le deuxième terme de la suite est noté $u(1)$ et le cinquième terme est noté $u(4)$.

**12** **1.** $v(1) = 5$ et $v(4) = 9$.

**2.** Les termes égaux à 3 sont $v(3)$, $v(5)$ et $v(8)$.

**13** $u(0) = -2$ ; $u(1) = 1^2 - 2 = -1$ ; $u(2) = 2^2 - 2 = 2$ et $u(16) = 16^2 - 2 = 254$.

**14** $w_0 = 2$, $w_1 = -1$ et $w_9 = -25$.

**15** $u_1 = (u_0)^2 = 3^2 = 9$ ; $u_2 = (u_1)^2 = 9^2 = 81$.

**16** **1.** $v(1) = 2 \times 3 - 1 = 5$.

**2.** $v(2) = 2v(1) - 1$ donc $v(2) = 2 \times 5 - 1 = 9$.

**3.** $v(3) = 2v(2) - 1 = 2 \times 9 - 1 = 17$.

**17** $u(1) = 2$ : $u(3) = 0$ et $u(6) = 2$.

**18** **1.** $v(7) \geq v(8)$.

**2.** $u(10) \leq u(11)$.

**19** **1.** $u_1 = u_0 + r = 3 + 2 = 5$.

**2.** $u_2 = u_1 + r = 5 + 2 = 7$.

**20** **1.** $v_3 = 11$ et $v_4 = 13$.

**2.** La raison de cette suite arithmétique est 2.

**21** **1.** $u_1 = u_0 + r = 7$ et $u_2 = u_1 + r = 10$.
**2.** $u_n = 4 + n \times 3 = 4 + 3n$.
**3.** $u_{12} = 4 + 3 \times 12 = 40$.

**22** **1.** Le premier terme de la suite est $u_0 = -1$ et la raison de cette suite est 2.
**2.** La suite *u* est croissante.

**23** Le premier terme de cette suite est égal à 10 et la raison est – 2.

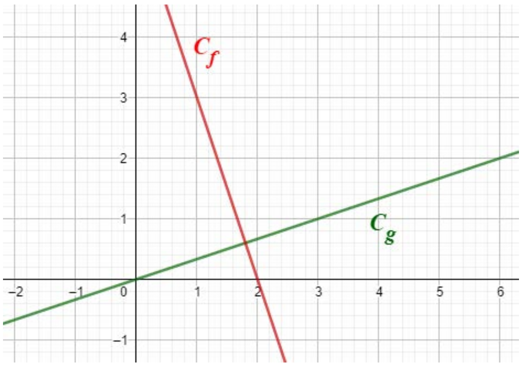
**24** Les suites *v* et *w* permettent de modéliser un phénomène de croissance linéaire.
Les bonnes réponses sont **b** et **c**.

**25** Les phénomènes discrets linéaires sont les phénomènes décrits en **a** et **c**.

## Pour s'entraîner

**26** **1.** La fonction *f* est une fonction affine dont le taux d'accroissement est égal à – 3 qui est négatif, donc *f* est décroissante.

La fonction *g* est une fonction affine dont le taux d'accroissement est égal à $\frac{1}{3}$ qui est positif, donc *g* est croissante.
**2.** La courbe représentative de la fonction *f* passe par les points de coordonnées (1 ; 3) et (2 ; 0).
La courbe représentative de la fonction *g* passe par les points de coordonnées (0 ; 0) et (3 ; 1).



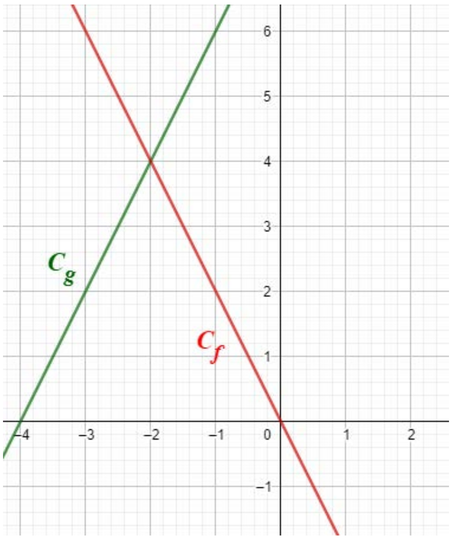

**27** **1.** La fonction *f* est une fonction affine dont le taux d'accroissement est égal à – 2 qui est négatif donc *f* est décroissante. On en déduit le tableau de variation suivant :

| $x$ | $-\infty$      $+\infty$ |
|---|---|
| $f$ | ↘ |

La fonction $g$ est une fonction affine dont le taux d'accroissement est égal à 2 qui est positif, donc $g$ est croissante. On en déduit le tableau de variation suivant :

| $x$ | $-\infty$ $\qquad$ $+\infty$ |
|---|---|
| $g$ | ↗ |

**2.** La courbe représentative de la fonction $f$ passe par les points de coordonnées (0 ; 0) et (– 2 ; 4).
La courbe représentative de la fonction $g$ passe par les points de coordonnées (– 4 ; 0) et (– 2 ; 4).




**28** **1.** Une fonction affine est soit croissante soit décroissante soit constante.
$f(0) \neq f(3)$ donc $f$ n'est pas constante.
0 < 3 et $f(0) > f(3)$ donc $f$ n'est pas croissante.
On en déduit que $f$ est décroissante.

**2.** Le taux d'accroissement de $f$ est le taux d'accroissement de $f$ entre 0 et 3, donc $\frac{f(3) - f(0)}{3 - 0}$ soit $\frac{5 - (-1)}{3} = 2$.

**3.** Pour tout réel $x$, $f(x) = 2x + p$ où $p$ est un nombre réel.
Comme $f(0) = 5$, on en déduit que $p = 5$ et $f(x) = 2x + 5$ pour tout réel $x$.

**29** **1.** Comme $g(-4) < g(5)$, $g$ n'est ni constante, ni décroissante.
De plus, la fonction $g$ est une fonction affine et on en déduit que $g$ est croissante.

**2.** On a $m = \frac{g(5) - g(-4)}{5 - (-4)} = \frac{13 - (-14)}{9} = \frac{27}{9} = 3$.

**3. a.** On a $g(x) = 3x + p$ pour tout réel $x$ donc $g(5) = 3 \times 5 + p = 15 + p$.
**b.** $g(5) = 13$ équivaut à $15 + p = 13$ donc à $p = -2$.
On en déduit que $g(x) = 3x - 2$ pour tout réel $x$.

**30** **1.** $m = \frac{f(c) - f(a)}{c - a} = \frac{d - b}{c - a}$.

**2.** $f(a) = b$ équivaut à $ma + p = b$ donc à $p = b - ma$.

**3.**

```
def affine(a, b, c, d):
    m = (d-b)/(c-a)
    p = b - m*a
    return m, p
```

**31** **1.** Vrai. Comme $h(2) < h(100)$ donc $h$ n'est pas constante et $h$ n'est pas décroissante. Comme de plus $h$ est une fonction affine, on déduit que $h$ est croissante.

**2.** Faux. Le taux d'accroissement de $h$ est $\frac{h(100) - h(2)}{100 - 2} = \frac{55 - 6}{98} = \frac{49}{98} = \frac{1}{2}$.

**3.** Vrai. Comme le taux d'accroissement de $h$ est égal à $\frac{1}{2}$, on a $h(x) = \frac{1}{2}x + p$ pour tout réel $x$. De plus $h(2) = 6$ don c $\frac{1}{2} \times 2 + p = 6$ d'où $p = 5$.

**32** **1.** $f$ est une fonction linéaire décroissante, donc sa représentation graphique est la droite $d_3$.
La fonction $g$ est décroissante, donc par élimination de $d_3$, on en déduit que la représentation graphique de $g$ est la droite $d_2$.
La fonction $h$ est croissante et sa représentation graphique passe par le point de coordonnées $(0 ; 1)$ puisque $h(0) = 1$. On en déduit que la représentation graphique de $h$ est la droite $d_1$.

**2.** Le coefficient directeur de la droite $d_4$ est $\frac{1}{2}$ et cette droite passe par l'origine du repère. On en déduit que $d_4$ est la représentation graphique de la fonction $k$ définie sur $\mathbb{R}$ par $k(x) = \frac{1}{2}x$.

**33** **1.a.** Le coefficient directeur de la droite $d_1$ est $-\frac{1}{2}$.

Le coefficient directeur de la droite $d_2$ est 2.

Le coefficient directeur de la droite $d_3$ est $\frac{1}{3}$.

**b.** Le coefficient directeur de chacune des droites est le taux d'accroissement de la fonction qu'elle représente.

**2.** L'ordonnée à l'origine de la droite $d_1$ est 1.

L'ordonnée à l'origine de la droite $d_2$ est – 3.

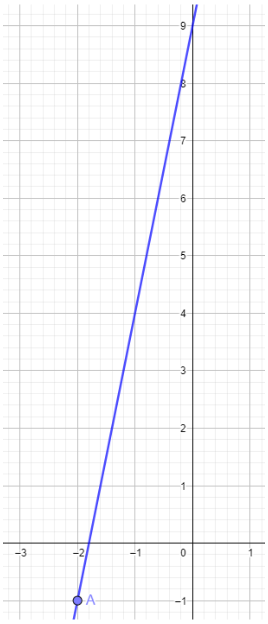
L'ordonnée à l'origine de la droite $d_3$ est – 2.

**3.** L'expression de $f$ est $f(x) = -\frac{1}{2}x + 1$.

L'expression de $g$ est $g(x) = 2x - 3$.

L'expression de $h$ est $h(x) = \frac{1}{3}x - 2$.

**34** **1.**

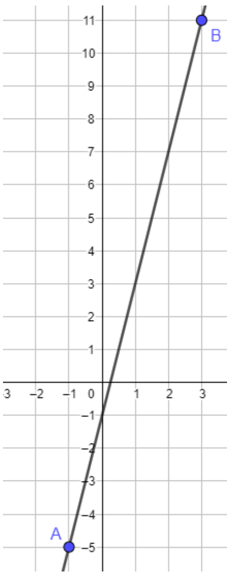


**2.** Par lecture graphique de l'ordonnée à l'origine, on obtient $g(x) = 5x + 9$ pour tout réel $x$.

**35** **1.** Le coefficient directeur de la droite $d$ est $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{11-(-5)}{3-(-1)} = \frac{16}{4} = 4$.

**2.** La fonction $f$ a une expression de la forme $f(x) = 4x + p$ et $f(-1) = -5$ donc $-4 + p = -5$ d'où $p = -1$ : $f(x) = 4x - 1$ pour tout réel $x$.

**3.**



On vérifie que l'ordonnée à l'origine de la droite $d$ est égale à – 1.

**36** **1.** Le coefficient directeur de la droite $d$ est $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{2\,270 - 770}{30 - 10} = \frac{1\,500}{20} = 75$.

**2.** L'expression de $f$ est de la forme $f(x) = 75x + p$.

Comme $f(10) = 770$, on en déduit l'égalité $750 + p = 770$ d'où $p = 20$.

L'expression de $f$ est $f(x) = 75x + 20$.

**37** $f(x) = 0$ équivaut à $2x + 10 = 0$ soit $x = -5$.
De plus le taux d'accroissement de *f* est positif, d'où le tableau de signes suivant.

| **x** | $-\infty$ | | $-5$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| ***f* (*x*)** | | – | 0 | + | |

$g(x) = 0$ équivaut à $-6x + 18 = 0$ soit $x = 3$.
De plus le taux d'accroissement de $g$ est négatif, d'où le tableau de signes suivant.

| **x** | $-\infty$ | | 3 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| ***g* (*x*)** | | + | 0 | – | |

**38** $f(x) = 0$ équivaut à $-3x + 7 = 0$ soit $x = \frac{7}{3}$.
De plus le taux d'accroissement de *f* est négatif, d'où le tableau de signes suivant.

| **x** | $-\infty$ | | $\frac{7}{3}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| ***f* (*x*)** | | + | 0 | – | |

$g(x) = 0$ équivaut à $\frac{1}{3}x - 4 = 0$ soit $x = 12$.
De plus le taux d'accroissement de $g$ est positif d'où le tableau de signes suivant.

| **x** | $-\infty$ | | 12 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| ***g* (*x*)** | | – | 0 | + | |

**39**

| **x** | $-\infty$ | | 0 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| ***f* (*x*)** | | – | 0 | + | |

| **x** | $-\infty$ | | 0 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| ***g* (*x*)** | | + | 0 | – | |

**40** $f_1$ est croissante et s'annule pour $x = 2$. Le tableau de signes de $f_1$ est :

| **x** | $-\infty$ | | 2 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| **$f_1$ (*x*)** | | – | 0 | + | |

$f_2$ est croissante et s'annule pour $x = \frac{1}{2}$. Le tableau de signes de $f_2$ est :

| **x** | $-\infty$ | | $\frac{1}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| **$f_2$ (*x*)** | | – | 0 | + | |

$f_3$ est décroissante et s'annule pour $x = \frac{1}{2}$. Le tableau de signes de $f_3$ est :

| **x** | $-\infty$ | | $\frac{1}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| **$f_3$ (*x*)** | | + | 0 | – | |

$f_4$ est décroissante et s'annule pour $x = 2$. Le tableau de signes de $f_4$ est :

| **x** | $-\infty$ | | 2 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| **$f_4$ (*x*)** | | + | 0 | – | |

**41** La représentation graphique **A** correspond au tableau de signes de $i(x)$.
La représentation graphique **B** correspond au tableau de signes de $f(x)$.
La représentation graphique **C** correspond au tableau de signes de $g(x)$.
La représentation graphique **D** correspond au tableau de signes de $h(x)$.

**42** **1.** L'ensemble solution de l'inéquation $f(x) \geq 3$ est $[4\,;+\infty[$.

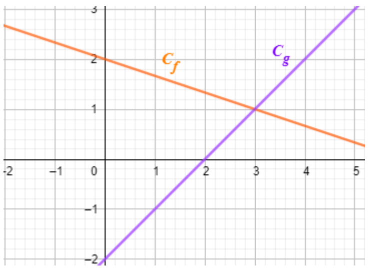
**2.** $f(x) \geq 3$ équivaut à $0{,}5x + 1 \geq 3$ soit à $0{,}5x \geq 2$ donc à $x \geq \frac{2}{0.5}$ soit à $x \geq 4$.
L'ensemble solution de l'inéquation $f(x) \geq 3$ est bien $[4\,;+\infty[$.

**43** **1.** L'ensemble solution de l'inéquation $f(x) \leq 1$ est $[3\,;+\infty[$.

**2.** $f(x) \leq 1$ équivaut à $-\frac{1}{3}x + 2 \leq 1$ soit à $-\frac{1}{3}x \leq -1$ donc à $x \geq \frac{-1}{-\frac{1}{3}}$ soit à $x \geq 3$.

On retrouve le résultat précédent.

**44** **1.**




**2. a.** L'équation $f(x) = g(x)$ a pour unique solution 3.

**b.** L'inéquation $f(x) \leq g(x)$ a pour ensemble solution $[3;+\infty[$.

**3.** $f(x) = g(x)$ équivaut à $-\frac{1}{3}x + 2 = x - 2$ soit à $-\frac{1}{3}x - x = -4$ donc à $-\frac{4}{3}x = -4$ c'est-à-dire à $x = -4 \times \frac{-3}{4}$ soit $x = 3$.

$f(x) \leq g(x)$ équivaut à $-\frac{1}{3}x + 2 \leq x - 2$ soit à $-\frac{1}{3}x - x \leq -4$ donc à $-\frac{4}{3}x \leq -4$ c'est-à-dire à $x \geq -4 \times \frac{-3}{4}$ soit $x \geq 3$.

**45** **a.** $7x + 1 > 8$ équivaut à $7x > 7$ donc à $x > 1$.
L'ensemble solution de cette inéquation est $]1\,;+\infty[$.

**b.** $-5x < 2x + 14$ équivaut à $-7x < 14$ donc à $x > -2$.
L'ensemble solution de cette inéquation est $]-2\,;+\infty[$.

**c.** $9x + 2 < 11x + 8$ équivaut à $-2x > 6$ donc à $x < -3$.
L'ensemble solution de cette inéquation est $]-\infty\,;-3[$.

**d.** $7x + 11 > 8x + 5$ équivaut à $-x > -6$ donc à $x < 6$.
L'ensemble solution de cette inéquation est $]-\infty\,;6[$.

**46** **a.** $0{,}2x + 1 \geq 0{,}3x + 7$ équivaut à $-0{,}1x \geq 6$ donc à $x \leq -60$.
L'ensemble solution de cette inéquation est $]-\infty\,;-60]$.

**b.** $4 - x \geq 0{,}1x + 15$ équivaut à $-1{,}1x \geq 11$ donc à $x \leq -10$.
L'ensemble solution de cette inéquation est $]-\infty\,;-10]$.

**c.** $\frac{1}{2}x + 5 < 7$ équivaut à $\frac{1}{2}x < 2$ donc à $x < 4$.
L'ensemble solution de cette inéquation est $]-\infty\,;4[$.

**d.** $\frac{4}{3}x + 2 \geq \frac{1}{2}x + 3$ équivaut à $\left(\frac{4}{3} - \frac{1}{2}\right)x \geq 1$ donc à $\frac{5}{6}x \geq 1$ soit à $x \geq \frac{6}{5}$.
L'ensemble solution de cette inéquation est $\left[\frac{6}{5}\,;+\infty\right[$.

**47** **1.** $44{,}91 + 2{,}84 \times 120 = 385{,}71$.
Un ménage consommant 120 m$^3$ par an paiera 385,71 € annuellement.

**2.** $f(x) = 44{,}91 + 2{,}84x$.

**3.** $44{,}91 + 2{,}84x = 475{,}17$ équivaut à $2{,}84x = 430{,}26$ donc à $x = 151{,}5$.
La famille a consommé 151,5 m$^3$ d'eau.

**4.** $44{,}91 + 2{,}84x > 600$ équivaut à $2{,}84x > 555{,}09$ soit à $x > \frac{555{,}09}{2{,}84}$.
Comme $\frac{555{,}09}{2{,}84} \approx 195{,}455$ arrondi au millième par excès, la facture d'eau dépasse 600 € à partir de 195,455 m$^3$ arrondi au dm$^3$.

**48** **1.** $60 + 0{,}25 \times 300 = 135$.
Pour 300 kilomètres parcourus, le commercial paiera 135 €.

**2.** $P(x) = 0{,}25x + 60$.

**3.** $P(x) = 95$ équivaut à $0{,}25x + 60 = 95$ donc à $0{,}25x = 35$ soit à $x = 140$.
La distance parcourue pour un prix de 95 € est 140 kilomètres.

**4.** $P(x) \geq 200$ équivaut à $0{,}25x + 60 \geq 200$ donc à $0{,}25x \geq 140$ soit à $x \geq 560$.
S'il parcourt plus de 560 kilomètres le commercial a intérêt de choisir le forfait.

**49** **1.** $m = 0{,}42$.

**2. a.** $h(2020) = 20$.

**b.** $h(2020) = 20$ conduit à $0{,}42 \times 2020 + p = 20$ d'où $p = -828{,}4$.
Finalement $h(x) = 0{,}42x - 828{,}4$ pour tout $x \geq 2020$.

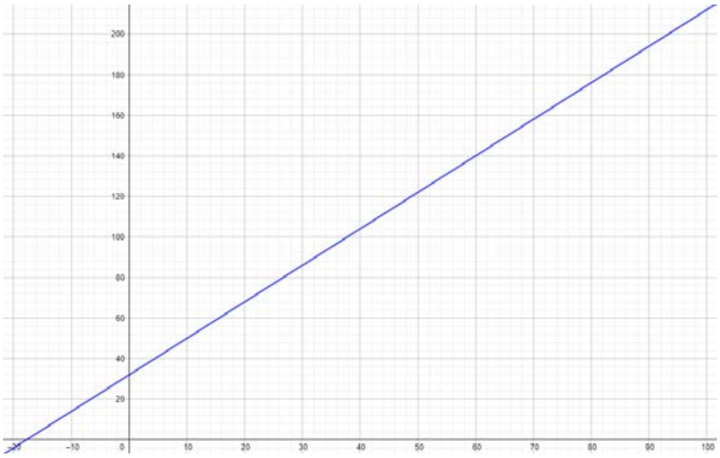
**3.** $h(2100) = 0{,}42 \times 2100 - 828{,}4 = 53{,}6$. Selon ce modèle, le niveau moyen des océans aura augmenté de 53,6 centimètres par rapport à 1900 en 2100.

**4.** $h(x) \geq 60$ équivaut à $0{,}42x - 828{,}4 \geq 60$ donc à $x \geq \frac{888{,}4}{0{,}42}$
et comme $\frac{888{,}4}{0{,}42} \approx 2115{,}24$, c'est en 2115 que le niveau moyen des océans aura augmenté de 60 cm par rapport à 1900.

**50** **1. a.** On a $g(0) = 32$ et $g(100) = 212$.
Le taux d'accroissement de $g$ est $m = \frac{g(100) - g(0)}{100 - 0} = \frac{212 - 32}{100} = 1{,}8$.

**b.** Comme $g(0) = 32$ et $m = 1{,}8$ on en déduit que l'expression de $g$ es t $g(x) = 1{,}8x + 32$.

**2.**



**3. a.** $g(15) = 59$ donc 15 °C = 59 °F.

**b.** $g(x) = 50$ équivaut à $1{,}8x + 32 = 50$ donc à $1{,}8x = 18$ soit à $x = 10$.
Donc 50 °F = 10 °C.

**4. a.** $g(25) = 77$ donc 25 °C est une température plus élevée que 75 °F.

**b.** $g(-20) = -4$ donc – 20°C est une température plus basse que 0 °F.

**5.** On résout l'équation $g(x) = x$ qui équivaut à $1{,}8x + 32 = x$ soit à $0{,}8x = -32$ donc à $x = -40$.

– 40 °C = – 40 °F.

**51** **1. a.** $d(5) = -3{,}5 \times 5 + 84 = 66{,}5$ et $o(5) = 2 \times 5 + 18 = 28$.

**b.** Dans ce cas l'offre ne suffit pas à satisfaire la demande.

**2. a.** $d(20) = -3{,}5 \times 20 + 84 = 14$ et $o(20) = 2 \times 20 + 18 = 58$.

**b.** Dans ce cas il y a trop de production par rapport à la demande.

**3. a.** Le prix d'équilibre est de 12 € la tonne.

**b.** $d(x) = o(x)$ équivaut à $-3{,}5x + 84 = 2x + 18$ donc à $-5{,}5x = -66$ soit à $x = 12$.

**c.** $d(12) = 42$. Au prix d'équilibre, la demande est de 42 tonnes.

**52** **1.** Si $R \leq 10\,225$ alors l'impôt est égal à zéro.

**2.** Lorsque $10\,225 < R \leq 26070$, il y a 10 225 € qui sont imposé à 0 % et $(R - 10\,225)$ € qui sont imposé au taux de 11 %.

$I(R) = (R - 10\,225) \times 0{,}11 = 0{,}11R - 1\,124{,}75$.

**3. a.** $I(26\,070) = 0{,}11 \times 26\,070 - 1\,124{,}75 = 1\,742{,}95$.

**b.** Lorsque $26\,70 < R \leq 74\,545$, alors 26 070 € sont imposés pour un montant de 1 742,95 € puis $(R - 26\,070)$ € sont imposés au taux de 30 %.

Dans ce cas : $I(R) = 1\,742{,}95 + (R - 26\,070) \times 0{,}3 = 0{,}3R - 6\,078{,}05$.

**4. a.** $I(74\,545) = 0{,}3 \times 74\,545 - 6\,078{,}05 = 16\,285{,}45$.

**b.** Lorsque $74\,545 < R \leq 160\,336$, alors 74 545 € sont imposés pour un montant de 16 285,45 € puis $(R - 74\,545)$ € sont imposés au taux de 41 %.

Dans ce cas : $I(R) = 16\,285{,}45 + (R - 74\,545) \times 0{,}41 = 0{,}41R - 14\,278$.

**5.** Pour $160\,336 < R$, on a $I(R) = I(160\,336) + (R - 160\,336) \times 0{,}45$ donc
$I(R) = 51459{,}76 + 0{,}45R - 72\,151{,}2 = 0{,}45R - 20\,691{,}44$.
**6. a.** Pour $R$ = 70 000, le taux marginal d'imposition est 30 %.
**b.** $I(70\,000) = 0{,}3 \times 70\,000 - 6\,078{,}05 = 14\,921{,}95$.
**c.** $\frac{14\,921{,}95}{70\,000} \approx 0{,}213$ arrondi au millième.
Le taux moyen d'imposition est donc 21,3 %.

**53** **1.** $u(0) = -4$ ; $u(1) = 1$ ; $u(2) = 16$.
**2.** Le cinquième terme de la suite $u$ est $u(4) = 76$.

**54** **1.** $v(0) = 4$ ; $v(1) = 3v(0) - 5 = 7$ ; $v(2) = 3v(1) - 5 = 16$.
**2.** Le cinquième terme de la suite $v$ est $v(4)$.
On a $v(4) = 3v(3) - 5$ et $v(3) = 3v(2) - 5 = 43$ donc $v(4) = 124$.

**55** **1.** $w(1) = 65$ ; $w(2) = 35$ et $w(3) = 25$.
**2.** Le seizième terme de la suite $w$ est $w(16) = 5 + \frac{60}{16} = 8{,}75$.

**56** **1.** $w(1) = -1$ ; $w(2) = 1$ ; $w(3) = -1$ ; $w(4) = 1$ et $w(5) = -1$.
**2.** $w(100) = 1$.

**57** **1.** Vrai : $u_1 = u_0^2 + 1 = 0^2 + 1 = 1$, puis $u_2 = u_1^2 + 1 = 1^2 + 1 = 2$
et $u_3 = u_2^2 + 1 = 2^2 + 1 = 5$.
**2.** Faux : $u_{20} = 20^2 + 1 = 401$ et $u_{21} = 21^2 + 1 = 442$ donc $u_{21} \neq u_{20}^2 + 1$
puisque $u_{20}^2 + 1 = 160\,802$.

**58**

```
U ← −1
Pour k variant de 1 à 12
    U ← 3 × U + 4
Fin Pour
```

**59** Le deuxième terme de la suite est : $w_1 = -2w_0 + 1 = -6 + 1 = -5$.
Le troisième terme de la suite est : $w_2 = -2w_1 + 1 = 10 + 1 = 11$.

**60** **1.** $u_1 = u_0(1 - u_0) = 0{,}5 \times (1 - 0{,}5) = 0{,}25$.
**2.** $u_2 = u_1(1 - u_1) = 0{,}25 \times (1 - 0{,}25) = 0{,}25 \times 0{,}75 = 0{,}1875$.

**61** **1.** Dans la cellule **B3**, on peut saisir la formule : **= 3*A3+1**.
**2.** Dans la cellule **C3**, on peut saisir la formule : **=2*C2+1**.

**62** **1.** $u_1 = u_0 + r = -7 + 4 = -3$ ; $u_2 = u_1 + r = -3 + 4 = 1$ ; $u_3 = u_2 + r = 1 + 4 = 5$.

**2.** $u_n = -7 + 4n$.

**3.** Le onzième terme est $u_{10}$ et $u_{10} = -7 + 4 \times 10 = 33$.

$u_{60} = -7 + 4 \times 60 = 233$.

**63** **1.** $u_1 = u_0 + r = 5 + (-6) = -1$ ; $u_2 = u_1 + r = -1 + (-6) = -7$ ;
$u_3 = u_2 + r = -7 + (-6) = -13$.

**2.** $u_n = 5 - 6n$.

**3.** Le douzième terme est $u_{11}$ et $u_{11} = 5 - 6 \times 11 = -61$.

$u_{33} = 5 - 6 \times 33 = -193$.

**64** $u_0 = 2 \times 0^2 - 3 \times 0 = 0$ ; $u_1 = 2 \times 1^2 - 3 \times 1 = -1$ ; $u_2 = 2 \times 2^2 - 3 \times 2 = 2$.

Comme $u_1 - u_0 \neq u_2 - u_1$, la suite $(u_n)$ n'est pas arithmétique.

**65** **1.** $u_0 = 5$ ; $u_1 = 4$ et $u_2 = 5$ : la suite $(u_n)$ n'est pas arithmétique.

**2.** La suite $(v_n)$ est la suite arithmétique de premier terme $v_0 = -3$ et de raison $r = 4$.

**66** **1.** La suite $(u_n)$ n'est pas arithmétique car $u_0 = 1$ ; $u_1 = 1$ et $u_2 = 2$.

**2.** La suite $(v_n)$ est la suite arithmétique de premier terme $v_0 = 2$ et de raison $r = \frac{2}{5}$.

**67** **1.** Réponses **a** et **d**.

**2.** Réponse **c**.

**68** Formules **c** et **d**.

**69** **1.** La suite $(v_n)$ est arithmétique de raison 1,7 donc cette suite est croissante.

**2.** $v_n = v_1 + (n - 1) \times 1{,}7 = -5{,}1 + 1{,}7n$.

**3.** $v_{79} = 129{,}2$

**70** **1.** La suite $(v_n)$ est arithmétique de raison – 3,2 donc cette suite est décroissante.

**2.** $v_n = v_1 + (n - 1) \times (-3{,}2) = 105{,}1 - 3{,}2n$.

**3.** $v_{53} = -64{,}5$.

**71** **1.** $u_5 = u_0 + 5r = -4 + 5r$.

**2.** $-4 + 5r = 11$ équivaut à $5r = 15$ donc à $r = 3$.

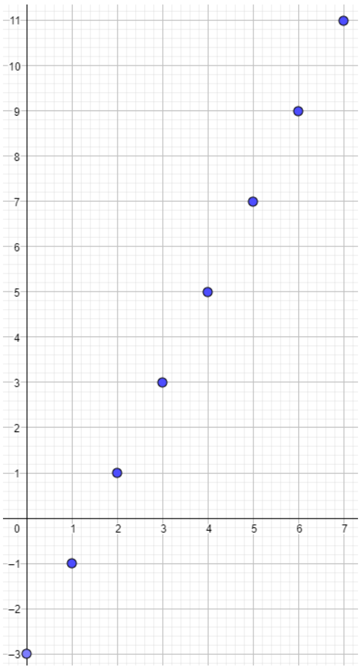
**3.** $u_n = -4 + 3n$.

**72** **1.** La raison de cette suite est $r = \frac{u_4 - u_0}{4 - 0} = -11$.

**2.** $u_{14} = u_0 + 14r = -31$.

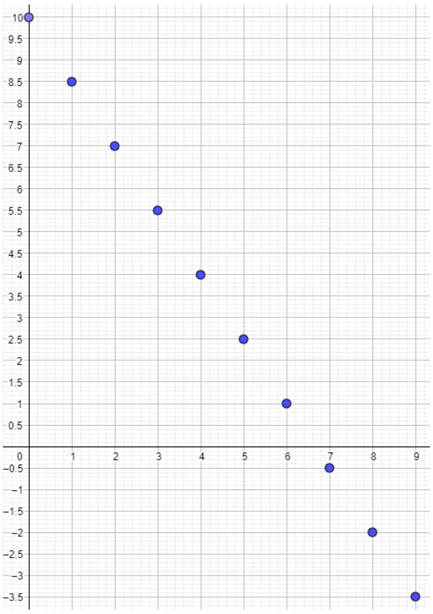
**73** **1.** $u_1 = -1$ ; $u_2 = 1$ ; $u_3 = 3$ ; $u_4 = 5$ ; $u_5 = 7$ ; $u_6 = 9$ et $u_7 = 11$.

**2.**



**74** **1.** $u_1 = 8{,}5$ ; $u_2 = 7$ ; $u_3 = 5{,}5$ ; $u_4 = 4$ ; $u_5 = 2{,}5$ ; $u_6 = 1$ ; $u_7 = -0{,}5$ ; $u_8 = -2$ et $u_9 = -3{,}5$.

**2.**



**75** **1.** $v_0 = 8$ et $r = -2$.

**2.** À partir de l'indice 5.

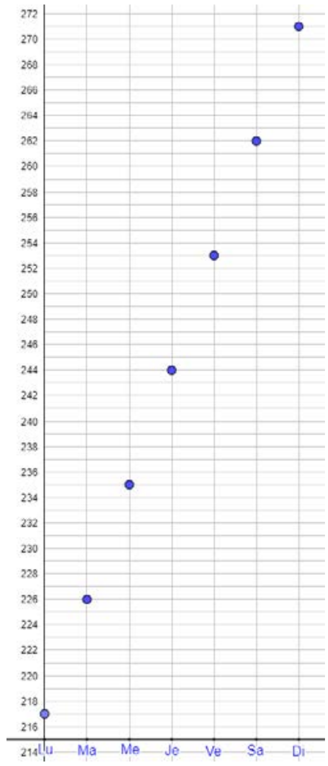
**3. a.** $v_n = 8 - 2n$.

**b.** $8 - 2n \leq -7\,000$ équivaut à $-2n \leq -7\,008$ soit à $n \geq 3\,504$.
L'indice à partir duquel tous les termes sont inférieurs ou égaux à – 7 000 est 3 504.

**76** **1.** $u_n = 152 + 25n$.

**2.** $152 + 25n > 8\,420$ équivaut à $25n > 8268$ soit à $n > 330{,}72$.
L'indice du premier terme dépassant 8 420 est 331.

**77** **1.**




On constate que les points représentant cette suite sont alignés.

**2.** Comme les points sont alignés, on peut considérer que la taille de ce bambou suit une croissance linéaire.

**3. a.** La suite $(u_n)$ est arithmétique de premier terme $u_0 = 217$ et de raison $r = 9$.

**b.** $u_n = 217 + 9n$.

**c.** $u_{13} = 334$. On peut estimer que le bambou mesurera 334 cm treize jours après le début de l'observation.

**78** **1.** $u_{n+1} = u_n + 6$. La suite $(u_n)$ est arithmétique de raison 6 et de premier terme $u_0 = 70$.

**2.** $u_n = 70 + 6n$.

**3.** $u_9 = 70 + 6 \times 9 = 124$. Selon ce modèle, en 2030 il y aura 124 ours.

**79** **1.** $1\,000 \times 2\,\% = 20$ donc chaque année 20 € d'intérêts sont versés.

**2.** Pour tout entier naturel $n$, $u_{n+1} = u_n + 20$ donc la suite est arithmétique de raison 20.

**3.** $u_n = 1\,000 + 20n$.

**4.** $u_{10} = 1\,000 + 20 \times 10 = 1200$.
Donc au bout de dix ans, Bilel disposera de 1 200 € sur ce compte.

**80** **1.** $u_1 = 229$ et $u_2 = 234$.

**2.** $u_{n+1} = u_n + 5$ pour tout entier naturel $n$. La suite $(u_n)$ est arithmétique de raison 5.

**3. a.** $u_n = 224 + 5n$.

**b.** $u_{13} = 289$. Selon ce modèle, le vélo-club comptera 289 adhérents en 2035.

**c.** $u_n > 400$ équivaut à $224 + 5n > 400$ soit à $5n > 176$ donc à $n > 35{,}2$.

$2022 + 36 = 2058$ donc c'est à partir de l'année 2058 que le nombre d'adhérents dépassera 400.

**81** **1.** $a_1 = 1\,807$. Le salaire du deuxième mois est 1 807 euros.

**2.** $a_{n+1} = a_n + 7$ pour tout entier naturel $n$.
La suite $(a_n)$ est arithmétique de raison 7 et de premier terme $a_0 = 1\,800$.

**3.** $a_n = 1\,800 + 7n$.

**4.** $a_6 = 1\,800 + 7 \times 6 = 1\,842$. Le salaire du 7e mois est 1 842 €.

**5.** $1\,800 + 7n > 2\,500$ équivaut à $7n > 700$ donc à $n > 100$. Le premier terme de la suite qui dépasse 2 500 est $u_{101}$ donc c'est à partir du 102e mois que le salaire dépassera 2 500 €.

**82** **1. a.** La pression atmosphérique diminue de 11 hectopascals lorsque l'altitude augmente de 100 mètres.

**b.**

| **Altitude (en m)** | 0 | 100 | 200 | 500 |
|---|---|---|---|---|
| **Pression atmosphérique (en hPa)** | 1 013,25 | 1 002,25 | 991,25 | 958,25 |

**2. a.** $p_1 = 1\,013{,}14$ et $p_1 = 1\,013{,}03$.

**b.** Pour tout entier naturel $n$, $p_{n+1} = p_n - 0{,}11$ donc la suite $(p_n)$ est arithmétique de raison $-\ 0{,}11$.

**c.** $p_n = p_0 + n \times (-\ 0{,}11)$ donc $p_n = 1\,013{,}25 - 0{,}11n$.

**3.** $p_n < 960$ équivaut à $1\,013{,}25 - 0{,}11n < 960$ donc à $-\ 0{,}11n < -\ 53{,}25$
soit à $n > \frac{53{,}25}{0{,}11}$. Comme $\frac{53{,}25}{0{,}11} \approx 484{,}09$, on en déduit que la pression atmosphérique est inférieure à 960 hPa à partir de l'altitude 485 mètres.

**83** **1.** $u_1 = 1$ et $v_1 = 8$ ; $u_2 = 4$ et $v_2 = 16$ ; $u_3 = 9$ et $v_3 = 24$ ; $u_4 = 16$ et $v_4 = 32$.

**2.** $u_n = n^2$.

**3. a.** Lorsqu'on augmente de 1 le nombre de rangées de pommiers, il faut ajouter 8 conifères.

**b.** La suite $(v_n)$ est arithmétique de raison 8 et de premier terme $v_1 = 8$.

**c.** $v_n = 8 + (n - 1) \times 8 = 8n$.

**4.** $n^2 > 8n$ équivaut à $n^2 - 8n > 0$ soit à $n(n - 8) > 0$ et comme $n > 0$ cette inéquation équivaut à $n > 8$.

Le nombre de pommiers dépasse le nombre de conifères à partir de 9 rangées de pommiers.

**84** **1. a.** Pour le premier pattern, il faut trois allumettes.
**b.** Pour le deuxième pattern, il faut cinq allumettes.
**c.** Pour le troisième pattern, il faut sept allumettes.
**2.** $u_1 = 3$ ; $u_2 = 5$ et $u_3 = 7$.
**3.** $u_{n+1} = u_n + 2$.
**4.** La suite $(u_n)$ est arithmétique de premier terme $u_1 = 3$ et de raison 2.
Pour tout entier naturel $n$ non nul : $u_n = 1 + 2n$.
**5.** $u_n \leq 240$ équivaut à $1 + 2n \leq 240$ donc à $2n \leq 239$ soit à $n \leq 119{,}5$.
Le plus grand pattern que l'on peut réaliser avec 240 allumettes porte le numéro 119.

## Automatismes

**85** **a.** 25. **b.** 200. **c.** 8 €. **d.** 240 litres.

**86** **a.** 105. **b.** 12 tonnes. **c.** 90 €. **d.** 10.

**87** **1.** $145 \times 0{,}7 = 101{,}5$. La veste est soldée au prix de 101,50 €.
**2.** $18\,750 \times 1{,}12 = 21\,000$ donc le chiffre d'affaires du magasin est de 21 000 € en juillet.

**88** $\frac{1}{1{,}21} \approx 0{,}826$ à 0,001 près et $0{,}826 - 1 = -0{,}174 = -17{,}4\ \%$.
Le taux d'évolution réciproque d'une augmentation de 21% est de –17,4% à 0,1% près.

**89** $\frac{1}{0{,}93} \approx 1{,}075$ à 0,001 près.
Le taux d'évolution réciproque d'une diminution de 7 % est de 7,5 % à 0,1 % près.

**90** $\frac{1}{1{,}25} = 0{,}8$. Les dépenses devront diminuer de 20 %.

**91** $1{,}25 \times 0{,}9 = 1{,}125$ donc le taux global d'évolution d'une augmentation de 25 % suivie d'une diminution de 10 % est 12,5 %.

**92** $0{,}9 \times 1{,}1 \times 1{,}06 = 1{,}0494$. Le taux global d'évolution de l'action est 4,94 %.

**93** $A = 16$ et $B = 17$.

**94** $A = 6$ et $B = 1$.

**95** $A = 60$ et $B = 10$.

**96** **1.** Vrai car $A \approx 3 \times 60$.
**2.** Faux car $B \approx 300 \times 1\,000$ donc un ordre de grandeur de $B$ est 300 000.

**97** **1.** Ordre de grandeur du coût de la sortie : $2 \times 10 + 5 + 4 + 1 = 30$. Soit 30 €.
**2.** Il doit lui rester environ 20 € dans son porte-monnaie.

**98** $A = \frac{9}{18} + \frac{2}{18} = \frac{11}{18}$ ; $B = \frac{4 \times 5}{11 \times 2} = \frac{2 \times 5}{11} = \frac{10}{11}$ et $C = \frac{9}{7} \times \frac{7}{3} = 3$.

**99** $V = \pi \times 2,5^2 \times 9 = 56{,}25\pi$ cm$^3$.
Donc $V \approx 176{,}71$ cm$^3$ à 0,01 cm$^3$ près.

**100** **a.** $x = 4$. **b.** $x = 2$. **c.** $x = 3$.

**101** **a.** $x = 3$. **b.** $x = \frac{4}{9}$. **c.** $x = 75$. **d.** $x = -2{,}1$.

**102** **1.** **b** et **d**. **2.** **c**.

**103** **a.** $x = \frac{9}{2}$. **b.** $x = 10$. **c.** $x = \frac{1}{8}$.

**104** **a.** $x = -\frac{1}{2}$. **b.** $x = \frac{3}{2}$. **c.** $x = -\frac{9}{4}$.

**105** **a.** $x = 6$ ou $x = -6$.
**b.** Il n’y a pas de solution car $-49 < 0$.
**c.** $x = \sqrt{15}$ ou $x = -\sqrt{15}$.