Je me prépare à l'évaluation

124 **a.** Pour x non nul, l'équation $\frac{1}{x} = 3$ équivaut à $x = \frac{1}{3}$.

L'ensemble solution de cette équation est $\left\{\frac{1}{3}\right\}$.

b. Pour x non nul, l'inéquation $\frac{1}{x} > 4$ équivaut à $\frac{1}{x} - 4 > 0$, soit à $\frac{1}{x} - \frac{4x}{x} > 0$ donc à $\frac{1-4x}{x} > 0$.

On dresse le tableau de signes du quotient $\frac{1-4x}{x}$.

• $1 - 4x \geqslant 0$ si, et seulement si, $-4x \geqslant -1$, soit $x \leqslant \frac{1}{4}$.

• $x \geqslant 0$ pour tout réel x positif.

On en déduit ci-dessous le tableau de signes de ce quotient, sans oublier de signaler la valeur interdite par une « double-barre » verticale.

x	$-\infty$		0		$\frac{1}{4}$	$+\infty$
$1-4x$	$+$		$+$	0	$-$	
x	$-$	0	$+$		$+$	
$\frac{1-4x}{x}$	$-$	‖	$+$	0	$-$	

Par lecture de la dernière ligne du tableau, on en déduit que l'ensemble solution de l'inéquation $\frac{1-4x}{x} > 0$, c'est-à-dire de l'inéquation $\frac{1}{x} > 4$, est $\left]0\ ;\ \frac{1}{4}\right[$.

c. Pour x non nul, l'inéquation $\frac{1}{x} \leqslant \frac{2}{3}$ équivaut à $\frac{1}{x} - \frac{2}{3} \leqslant 0$, soit à $\frac{3}{3x} - \frac{2x}{3x} \leqslant 0$ donc à $\frac{3-2x}{3x} \leqslant 0$.

On dresse le tableau de signes du quotient $\frac{3-2x}{3x}$.

• $3 - 2x \geqslant 0$ si, et seulement si, $-2x \geqslant -3$, soit $x \leqslant \frac{3}{2}$.

• $3x \geqslant 0$ si, et seulement si, $x \geqslant \frac{0}{3}$, soit $x \geqslant 0$.

On en déduit ci-dessous le tableau de signes de ce quotient, sans oublier de signaler la valeur interdite par une « double-barre » verticale.

x	$-\infty$		0		$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$3-2x$	$+$		$+$	0	$-$	
$3x$	$-$	0	$+$		$+$	
$\frac{3-2x}{3x}$	$-$	‖	$+$	0	$-$	

Par lecture de la dernière ligne du tableau, on en déduit que l'ensemble solution de l'inéquation $\frac{3-2x}{3x} \leqslant 0$, c'est-à-dire de l'inéquation $\frac{1}{x} \leqslant \frac{2}{3}$, est $]-\infty\,;0[\cup \left[\frac{3}{2}\,;\,+\infty\right[$.